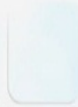


概率论与数理统计

主讲教师：荣腾中





Chapter 1

第1章 随机事件与概率



1.1 全概率公式

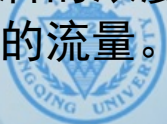
嘉陵江、涪江、渠江三江交汇前的河水中：

江	有机物质含量	流量比
嘉陵江	$1mg/l$	8
涪江	$2mg/l$	5
渠江	$3mg/l$	7

三江交汇后合川下游的河水有机物质浓度为：

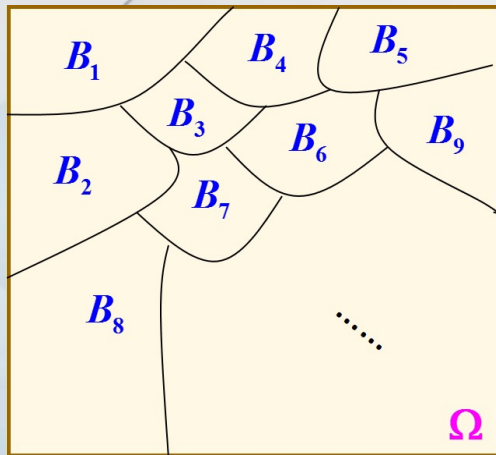
$$p = \frac{8}{20} \times 1 + \frac{5}{20} \times 2 + \frac{7}{20} \times 3 = 1.95mg/l$$

交汇后的浓度，是原来各支流浓度的加权求和，其权重就是各支流的流量。



$B_i, i = 1, 2, \dots, n$ 为样本空间的一个剖分, 有

$$\bigcup_{i=1}^n B_i = \Omega, \quad B_i B_j = \phi$$

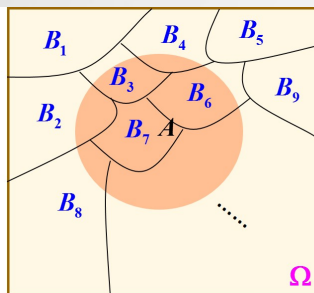
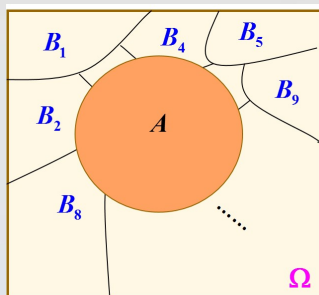


$$\Omega = \bigcup_{i=1}^n B_i$$

$$B_i B_j = \phi$$



全概率公式



- 动画流程是：
1. 出现左边圆A；
2. A被碎化，如右边图。

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A\Omega) = P\left(A \bigcup_{i=1}^n B_i\right) = P\left(\bigcup_{i=1}^n AB_i\right) \\ &= \sum_{i=1}^n P(AB_i) \\ &= \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i) \end{aligned}$$



例 1.1.1. 某设备制造厂有三个车间制造同一种电子元件，根据以往的记录有以下数据：

车间	次品率	产能
1	0.02	0.15
2	0.01	0.80
3	0.03	0.05

设产品在出厂时是均匀混合的。现随机抽取一只，求它是次品的概率。

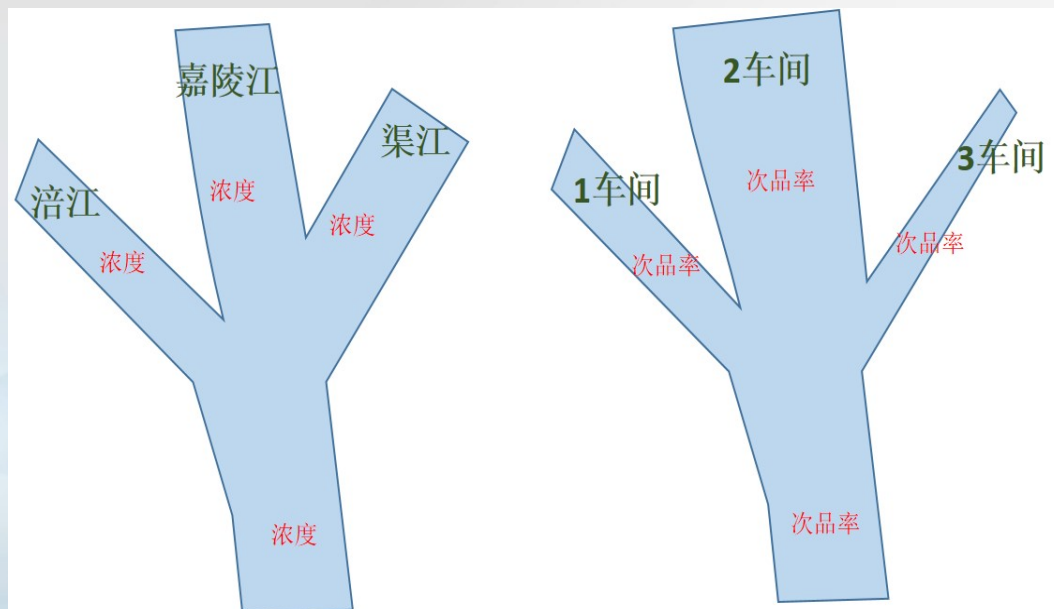
解：设 $A =$ “取到的电子元件是次品”， $B_i =$ “取到的电子元件是第 i 家工厂生产的产品”， $i = 1, 2, 3$ 。

由全概率公式知，

$$\begin{aligned} P(A) &= \sum_{i=1}^3 P(B_i)P(A|B_i) \\ &= 0.15 \times 0.02 + 0.80 \times 0.01 + 0.05 \times 0.03 \\ &= 0.0125 \end{aligned}$$



这个例子和三江交汇后的浓度计算一致。



例 1.1.2. 有朋自远方来参加聚会，他选择乘火车、自驾、坐飞机出行概率分别是 0.1, 0.4 和 0.5。如果他乘火车来，不会迟到；而自驾和坐飞机来，迟到的概率分别是 0.5, 0.25。请问他迟到的概率是多少？

解：记 A 表示“迟到”， $B_i, i = 1, 2, 3$ 分别表示“乘火车、自驾和坐飞机”。由题知

$$P(B_1) = 0.1, P(B_2) = 0.4, P(B_3) = 0.5$$

$$P(A|B_1) = 0, P(A|B_2) = 0.5, P(A|B_3) = 0.25$$

由全概率公式

$$\begin{aligned} P(A) &= \sum_{i=1}^3 P(B_i)P(A|B_i) \\ &= 0.1 \times 0 + 0.4 \times 0.5 + 0.5 \times 0.25 \\ &= 0.325 \end{aligned}$$

