Mathematical Laboratory

微分方程

— MATLAB求解

重庆大学数学与统计学院

解析解

y=dsolve('eqn1','eqn2', …, ' c1 ',…, ' x ')

- 微分方程组
- 初值条件
- 指明变量

注意：① y ' ⟺ Dy，y ' ' ⟺ D2y

② 自变量名可以省略，默认变量名 ‘t’。

例① $\frac{dy}{dx}=1+y^2,\quad y(0)=1$

输入：y=dsolve ('Dy=1+y^2')

y1=dsolve('Dy=1+y^2','y(0)=1','x')

输出：y= tan(t+C1)　　（通解）

y1= tan(x+1/4*pi)　（特解）

例② 常系数的二阶微分方程

$$y''-2y'-3y=0,\quad y(0)=1,y'(0)=0$$

输入:

```
y=dsolve('D2y-2*Dy-3*y=0','x')
```

```
y=dsolve('D2y-2*Dy-3*y=0','y(0)=1,Dy(0)=0','x')
```

结果:

```
y = C1*exp(-x)+C2*exp(3*x)
```

```
y = 3/4*exp(-x)+1/4*exp(3*x)
```

例③ 非常系数的二阶微分方程

$$x''(t)-(1-x^2(t))x'(t)+x(t)=0,\qquad x(0)=3,x'(0)=0$$

```
x=dsolve('D2x-(1-x^2)*Dx+x=0', ' x(0)=3,Dx(0)=0')
```

```
x =[ empty sym ]
```

无解析表达式！

例④ 非线性微分方程

$$x'(t)^2 + x(t)^2 = 1, x(0) = 0$$

```
x=dsolve('(Dx)^2+x^2=1','x(0)=0')

x =    -sin(t)

        sin(t)
```

例⑤ $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + 4y \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + 3y \end{cases}$ $\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

输入：

```
[x,y]=dsolve('Dx=3*x+4*y','Dy=-4*x+3*y','x(0)=0,y(0)=1')
```

输出：

```
x = exp(3*t)*sin(4*t)
y = exp(3*t)*cos(4*t)
```

数值解

[t,y] = ode23(' Fun', [t0， tf], y_0)

其中（1）Fun表示由微分方程(组)写成的m文件名；

（2）y0表示为函数的初值；

范例

例1　　$y' = -y+x+1$，$y(0) = 1$

标准形式：　　$y' = f(x, y)$

1）首先建立M-文件 （weif.m）

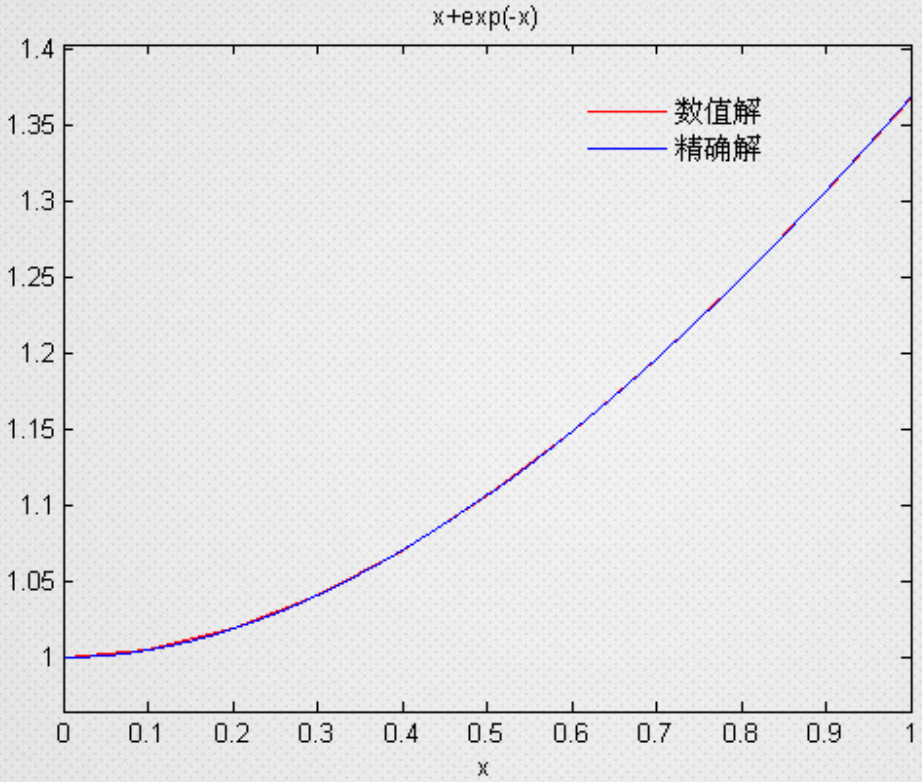
```
function f = weif(x,y)
f=-y+x+1;
```

2）求解：[x，y]=ode23(‘weif’, [0, 1], 1)

3) 作图形: plot(x, y, ‘r’);

4) 与精确解进行比较

```
hold on
ezplot(‘x+exp(-x)’,[0, 1])
```


x+exp(-x)
数值解
精确解
1.4
1.35
1.3
1.25
1.2
1.15
1.1
1.05
1
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
x

注意：

使用Matlab软件求数值解时，高阶微分方程必须等价地变换成一阶微分方程组.

$$y^{(n)} = f(t, y, \dot{y}, \cdots, y^{(n-1)})$$

$$y(0), \dot{y}(0), \cdots, y^{(n-1)}(0)$$

选择一组状态变量

$$x_1 = y, x_2 = \dot{y}, \cdots, x_n = y^{(n-1)}$$

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = x_3,$$

$$\cdots$$

$$\dot{x}_n = f(t, x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

注意：

$$\dot{x}_1 = x_2,$$
$$\dot{x}_2 = x_3,$$
$$\cdots$$
$$\dot{x}_n = f(t, x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

1、建立M文件函数

```
function  xdot = fun(t,x)
    xdot = [x2(t); x3(t); …; f(t, x1(t), x2(t),…xn(t))];
```

2、数值计算（执行以下命令）

[t, x]=ode23('fun', [t_0, t_f],
[$x_1(0), x_2(0), \cdots, x_n(0)$])

范例

例2 Van der pol 方程:

$$x''(t)-(1-x(t)^2)x'(t)+x(t)=0$$

$$x(0)=3,\ x'(0)=0$$

该方程无解析解!

令 $y_1=x(t)$, $y_2=x'(t)$;

$$\begin{cases} y_1'=y_2; \\ y_2'=(1-y_1^2)y_2-y_1; \end{cases}$$

$$y_1(0)=3, \qquad y_2(0)=0;$$

范例

（1）编写M文件 (文件名为 vdpol.m):

```
function yp = vdpol(t,y);
yp(1,1)= y(2);
yp(2,1)= (1-y(1)^2)*y(2)-y(1);
```

（2）编写程序如下:（vdj.m）

```
[t,y]=ode23('vdpol',[0,20],[3,0]);
y1=y(:,1);   % 原方程的解
y2=y(:,2);
plot(t,y1,'b',t,y2,'r--')    %   y1(t),y2(t) 曲线图
```

范例

计算结果

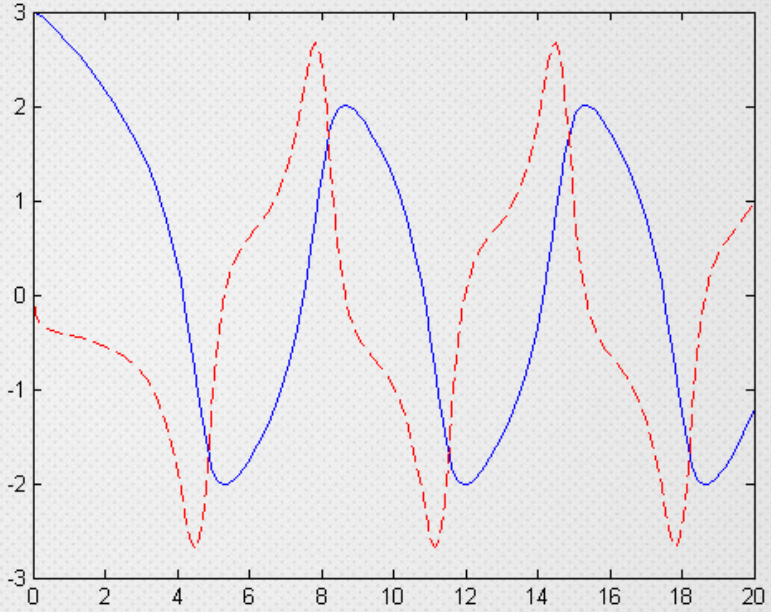
蓝色曲线

——y（1）；

（原方程解）

红色曲线

——y（2）；



Thanks

重庆大学数学与统计学院