

# 为未来储蓄与投资

——个人生命周期理财



# 第八章 为未来储蓄与投资

## ——个人生命周期理财

一、个人生命周期理财基础

二、案例分析：老有所依



# 个人寿命周期理财基础

## 投资专业学位

**例8.1** 钱多多即将大学毕业，正在考虑是否去国外读一个专业学位。钱多多如果立即就业，在他的工作期间，估计每年的实际年收入有60000元。钱多多如果去国外读一个专业学位，学制2年，每年的学费是200000元（不含通胀），每年额外增加的生活费100000元（不含通胀）。估计拿到专业学位以后回国就业，每年的实际年收入可增加3.5万元。钱多多今年22岁，要工作到65岁退休。假定年实际利率是3%，钱多多想知道去国外读这个专业学位在财务上是否划算。

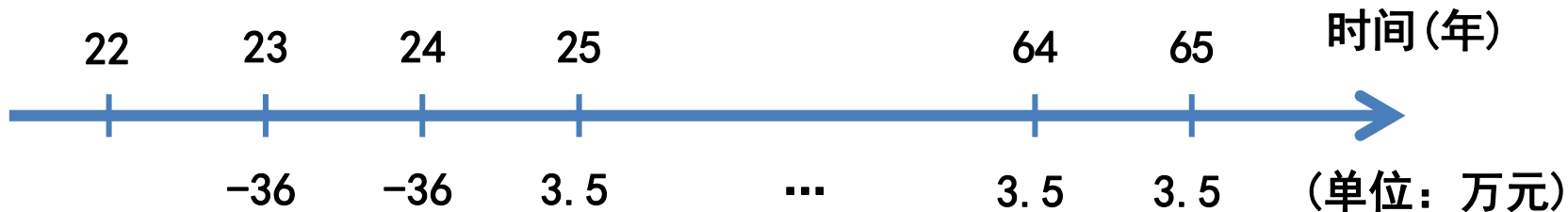
# 个人寿命周期理财基础

## 投资专业学位

如果钱多多到国外读专业学位，每一年的实际经济成本是学费、额外增加的生活费和因推迟就业所放弃的工资收入。

每一年的实际经济成本 $C=20+10+6=36$  (万元)

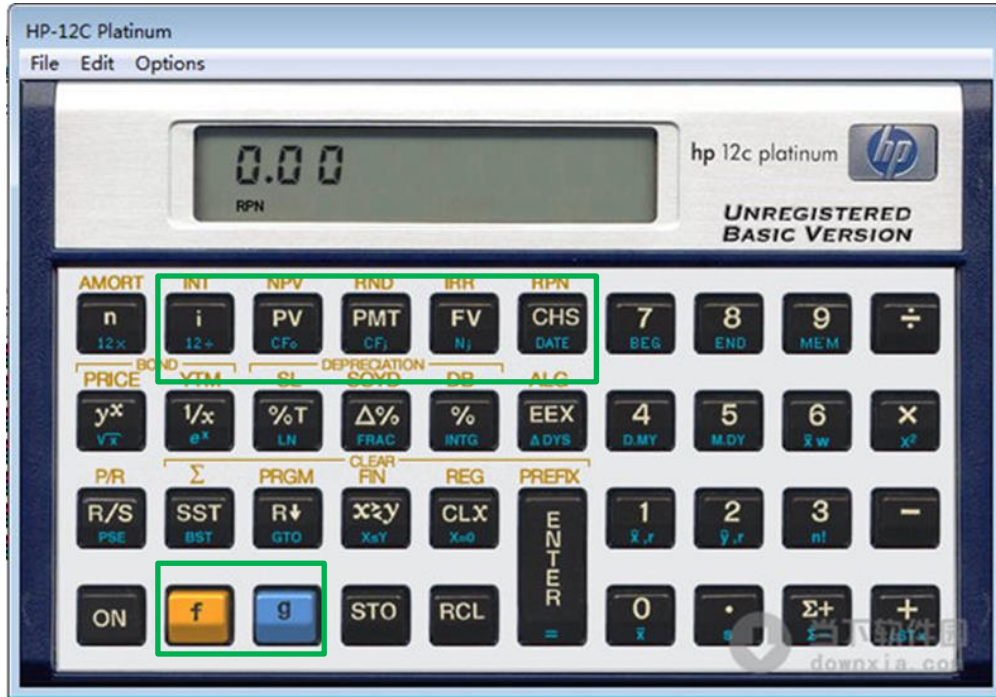
画出钱多多在国外读专业学位的增量现金流时间线



实际利率 $r=3\%$

# 个人寿命周期理财基础

## 投资专业学位



i 是利率

PV键，涉及其上方用黄颜色标注的NPV功能和用蓝颜色标注的CF<sub>0</sub>功能

PMT键，涉及用蓝色标注的CF<sub>j</sub>功能

FV键，涉及用蓝色标注的N<sub>j</sub>功能

CHS是正负号转换键

f键，功能转换键，转化到用黄颜色标注的功能

g键，功能转换键，转化到用蓝颜色标注的功能

HP12C财务计算器模拟器的计算界面

# 用HP12C财务计算器计算净现值

表8.1

例8.1的HP12C财务计算器操作步骤指引

步骤	实现功能	按键顺序	说明
1	将小数位数设置为8位	f→8	保证计算精度
2	输入 $CF_0=0$	0→g→PV	g键把PV键的功能转换到 $CF_0$
3	输入 $CF_{23}=CF_{24}=-36$	36→CHS→g→PMT→2→g→FV	g键把PMT键的功能转换到 $CF_j$ g键把FV键的功能转换到 $N_j$ $N_j$ 为2, 是相同现金流的个数
4	输入 $CF_{25}=CF_{26}\dots\dots$ $=CF_{64}=CF_{65}=3.5$	3.5→g→PMT→41→g→FV	g键把PMT键的功能转换到 $CF_j$ g键把FV键的功能转换到 $N_j$ $N_j$ 为41, 是相同现金流的个数
5	输入利率3%	3→i	省约百分号 直接输入数值3
6	求出净现值	f→PV	f键把PV键的功能转换到NPV



**例8.1** 钱多多即将大学毕业，正在考虑是否去国外读一个专业学位。钱多多如果立即就业，在他的工作期间，估计每年的实际年收入有60000元。钱多多如果去国外读一个专业学位，学制2年，每年的学费是200000元（不含通胀），每年额外增加的生活费100000元（不含通胀）。估计拿到专业学位以后回国就业，每年的实际年收入可增加3.5万元。钱多多今年22岁，要工作到65岁退休。假定年实际利率是3%，钱多多想知道去国外读这个专业学位在财务上是否划算。

结论

$NPV=8.35460450$ （万元）

净现值大于0。钱多多去国外读专业学位在财务上是划算的。

# 个人寿命周期理财基础

## 投资专业学位

例8.1告诉我们怎样分析投资专业学位的财务收益。在分析过程中一个需要特别注意的问题就是**读专业学位的经济成本不但包括直接支出的学费、额外增加的生活费，还要包括由此放弃的就业收入；后一点特别容易被忽视。**



# 个人寿命周期理财基础

## 买房或是租房？

买房或是租房是经济刚刚独立的年轻人经常感到困惑的一个问题。如果您认同以成本最小的原则来选择买房或租房，那么，下面的这个例子将会对您有所帮助。



# 个人寿命周期理财基础

## 买房或是租房？

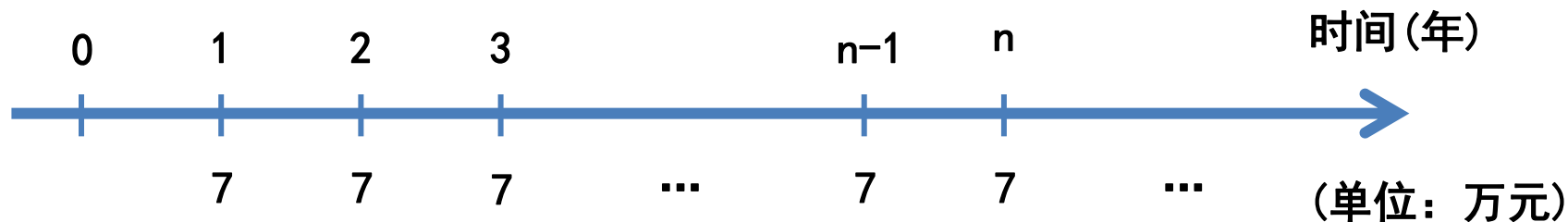
**例8.2** 钱多多快结婚了，正在准备结婚用房。在地产中介，钱多多看中一套房子，这套房子可卖可租。如果是出售的话，总的费用是160万元，包括各种税费，无讲价空间；如果是出租的话，年租金要价7万元，且随通胀同步上涨。如果年实际利率是4%，钱多多想知道是买房或是租房好？

如果钱多多不买房，选择一直租房，那么房租就是一个永续年金。

# 个人生命周期理财基础

## 买房或是租房？

用时间线把房租的现金流表示出来



运用永续年金的现值方程

$$PV = \frac{C}{r} = \frac{7}{4\%} = 175 \quad (\text{万元})$$

# 个人寿命周期理财基础

## 买房或是租房？

如果钱多多按年租金7万元租房的话，那么租房的现值成本就是175万元，高于买房的成本160万元。

钱多多暂时不打算买房，但又希望租房的成本不高于买房的成本。

# 个人寿命周期理财基础

## 买房或是租房？

年租金7万元有讲价空间的，那么，租金要降到什么水平，钱多多的想法才能实现。

$$PV = \frac{C}{r}, \quad 160 = \frac{C}{4\%}$$

$$C = 6.4 \text{ (万元)}$$

**例8.2** 钱多多快结婚了，正在准备结婚用房。在地产中介，钱多多看中一套房子，这套房子可卖可租。如果是出售的话，总的费用是160万元，包括各种税费，无讲价空间；如果是出租的话，年租金要价7万元，且随通胀同步上涨。如果年实际利率是4%，钱多多想知道是买房或是租房好？

结论

房屋年租金要不超过6.4万元，才能做到租房的成本不高于买房的成本。

# 个人生命周期理财基础

## 基于个人生命周期的跨期预算约束方程及其应用举例

基于个人生命周期的跨期预算约束方程描述的是初始财富、终生收入与终生消费、遗产之间的关系，其金融学逻辑是很朴素和直观的：**一个人最初拥有的财富（初始财富）加上其终生收入，只能用于其终生消费和作为遗产留给下一代。**



# 个人生命周期理财基础

## 基于个人生命周期的跨期预算约束方程及其应用举例

记 $Y_t$ 是第 $t$ 年的收入， $C_t$ 是第 $t$ 年的消费， $R$ 为距退休的年数， $T$ 为生存年数， $W_0$ 为初始财富， $B$ 为遗产， $r$ 为利率。

基于个人生命周期的跨期预算约束方程是：

$$W_0 + \sum_{t=1}^R \frac{Y_t}{(1+r)^t} = \frac{B}{(1+r)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r)^t} \quad (8.1)$$

# 个人寿命周期理财基础

## 基于个人寿命周期的跨期预算约束方程及其应用举例

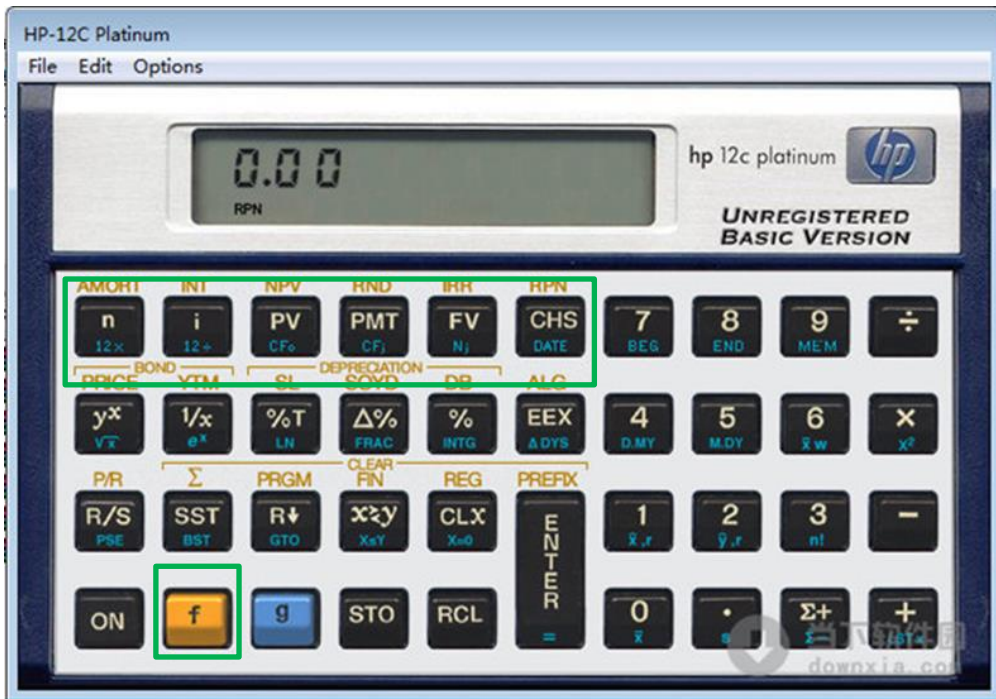
方程（8.1）的左端是个人拥有的初始财富加上终生收入的现值。

方程（8.1）的右端是遗产和终生消费的现值之和。

左右两端一定相等，因为您拥有的初始财富和终生收入只能用于终生消费和作为遗产留给下一代。

# 个人寿命周期理财基础

## 基于个人寿命周期的跨期预算约束方程及其应用举例



黄色f键，功能转换键

n是期数

i是利率

PV是现值

FV是终值

PMT是期末年金

CHS是正负号转换键

HP12C财务计算器模拟器的计算界面

# 个人寿命周期理财基础

## 基于个人寿命周期的跨期预算约束方程及其应用举例

**例8.3** 钱多多今年30岁，预计在65岁退休，接着再生活到85岁。钱多多的实际年薪为12万元（也就是说年薪会随通货膨胀同步增加），未积累任何财产。假定实际年利率为3%。

1、如果钱多多从父母那儿得到300000元的赠予，这将如何影响钱多多未来55年的消费。

2、如果钱多多准备在百年后给下一代留下300000元的遗产，在其他情况不变的情况下，这将如何影响钱多多未来55年的消费。

## 对第1个问题展开分析

钱多多接受父母赠予前的跨期预算约束方程

$$\sum_{t=1}^R \frac{Y_t}{(1+r)^t} = \frac{B}{(1+r)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{C_{bt}}{(1+r)^t} \quad (8.2a)$$

钱多多接受父母赠予 $W_0$ 后的跨期预算约束方程

$$W_0 + \sum_{t=1}^R \frac{Y_t}{(1+r)^t} = \frac{B}{(1+r)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{C_{ft}}{(1+r)^t} \quad (8.2b)$$

其中：

$Y_t$  是第  $t$  年的收入

$C_{bt}$  是接受父母赠予前第  $t$  年的消费

$C_{ft}$  是接受父母赠予后第  $t$  年的消费

$R$  为距退休的年数， $T$  为生存年数

$W_0$  为接受父母赠予后形成的初始财富

$B$  为遗产， $r$  为利率



方程 (8. 2b) - 方程 (8. 2a) 可得

$$W_0 = \sum_{t=1}^T \frac{C_{ft} - C_{bt}}{(1 + r)^t} \quad (8.3)$$





现在进一步假定钱多多父母的赠予对每一年的实际消费影响保持相同，为 $\Delta C$ 。方程（8.3）变为

$$W_0 = \Delta C \times \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^t} \quad (8.4)$$

$$\Delta C = W_0 \div \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^t} \quad (8.4a)$$

其中：

初始财富 $W_0=300000$ ，生存年数 $T=85-30=55$ ，利率 $r=3\%$

回忆一下期末年金的现值计算方程

$$PV = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C}{(1+r)^{n-1}} + \frac{C}{(1+r)^n}$$






方程（8.4a）相当于是现值300000、利率3%、期数55，求期末年金值的问题。

对上述发现，我们还可以通过这样的思路来获得：**假定其它情况不变，钱多多因为获得父母赠予而增加每年的消费水平，那么，每年增加消费的现值之和就应该等于父母的赠予。**

# 用HP12C财务计算器求解

表8.2

例8. 3问题1的HP12C财务计算器操作步骤指引

输入数字:	<b>55</b>	<b>3</b>	<b>300000</b>		<b>0</b>
对应按键:					
输出结果:				-11204. 72131	

Payment= - 11204.72131

为什么年金值出现负号，这是财务计算器的计算程序设定的。在这里我们只需用到计算出来的数值。

结论

钱多多父母的赠予能使钱多多每一年的实际消费提升11204.72元。

## 对第2个问题展开分析

钱多多不给后代留遗产的跨期预算约束方程

$$\sum_{t=1}^R \frac{Y_t}{(1+r)^t} = \sum_{t=1}^T \frac{C_{bt}}{(1+r)^t} \quad (8.5a)$$

钱多多给后代留遗产的跨期预算约束方程

$$\sum_{t=1}^R \frac{Y_t}{(1+r)^t} = \frac{B}{(1+r)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{C_{ft}}{(1+r)^t} \quad (8.5b)$$

其中：

$Y_t$  是第  $t$  年的收入

$C_{bt}$  是不留遗产情形下第  $t$  年的消费

$C_{ft}$  是留遗产情形下第  $t$  年的消费

$R$  为距退休的年数

$T$  为生存年数

$B$  为遗产

$r$  为利率



方程 (8.5b) - 方程 (8.5a) 可得

$$0 = \frac{B}{(1+r)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{C_{ft} - C_{bt}}{(1+r)^t} \quad (8.6)$$





现在进一步假定钱多多留遗产的安排对每一年的实际消费影响保持相同，为 $\Delta C$ 。方程（8.6）变为

$$-B = \Delta C \times (1 + r)^T \times \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1 + r)^t} \quad (8.6a)$$

$$\Delta C = -B \div \sum_{t=1}^T \frac{(1 + r)^T}{(1 + r)^t} \quad (8.6b)$$

$$\Delta C = -B \div \sum_{t=1}^T (1 + r)^{T-t} \quad (8.6c)$$

其中：生存年数 $T=85-30=55$ ，利率 $r=3\%$ ，遗产 $B=300000$

回忆一下期末年金的终值计算方程






$$FV = C \times [(1 + r)^{n-1} + (1 + r)^{n-2} + \dots + (1 + r)^1 + 1]$$

方程（8.6c）相当于是终值300000、利率3%、期数55，求期末年金值的问题。

对上述发现，我们还可以通过这样的思路获得：**假定其它情况不变，钱多多留给下一代的遗产就是通过减少其有生之年的消费来实现的，那么，减少的消费的终值之和就应该等于遗产。**

# 用HP12C财务计算器求解

表8.3 例8.3问题2的HP12C财务计算器操作步骤指引

输入数字:	55	3	0		300000
对应按键:					
输出结果:				-2204.721312	

Payment= - 2204.721312

为什么年金值出现负号，这是财务计算器的计算程序设定的。在这里我们只需用到计算出来的数值。

结论

钱多多若要给下一代留遗产，将使每一年的实际消费减少2204.72元。

# 案例分析：老有所依

钱多多今年30岁，预计在65岁退休，接着再生活到85岁；未积累任何财产，也不准备给下一代留遗产。钱多多的实际年薪为12万元（也就是说年薪会随通货膨胀同步增加），正在为退休后的生活做储蓄计划。假定实际年利率为3%。

1. 如果钱多多希望退休后的消费水平是退休前收入的75%，他需要每年储蓄多少？
2. 如果钱多多希望退休前后的消费水平保持不变，他需要每年储蓄多少？

# 案例分析：老有所依

距离退休的年数 $R=65-30=35$

生存年数 $T=85-30=55$

退休后的生存时间 $=T-R=55-35=20$

实际年利率 $r=3\%$



# 案例分析：老有所依

| 退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

退休后的消费水平 $C_2=12 \times 75\%=9$ 万元

假定每年需要储蓄 $S$ 万元

退休前的消费水平就是 $(12-S)$ 万元

# 案例分析：老有所依

1 退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

没有初始财富，也不留遗产；依据基于个人寿命周期的跨期预算约束方程，终生收入的现值就应该等于终生消费的现值，即：

$$\sum_{t=1}^{35} \frac{12}{(1+3\%)^t} = \sum_{t=1}^{35} \frac{12-S}{(1+3\%)^t} + \sum_{t=36}^{55} \frac{9}{(1+3\%)^t} \quad (8.7)$$

方程 (8.7) 右端的第一项是退休前的各年消费的现值之和

方程 (8.7) 右端的第二项是退休后的各年消费的现值之和



# 案例分析：老有所依

退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

把方程 (8.7) 右端的第一项移到左端，可得

$$S \times \sum_{t=1}^{35} \frac{1}{(1+3\%)^t} = 9 \times \sum_{t=36}^{55} \frac{1}{(1+3\%)^t} \quad (8.7a)$$

方程 (8.7a) 两端乘以  $(1+3\%)^{35}$

$$S \times \sum_{t=1}^{35} \frac{(1+3\%)^{35}}{(1+3\%)^t} = 9 \times \sum_{t=36}^{55} \frac{(1+3\%)^{35}}{(1+3\%)^t} \quad (8.7b)$$

# 案例分析：老有所依

退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

$$S \times \sum_{t=1}^{35} (1 + 3\%)^{t-1} = 9 \times \sum_{t=1}^{20} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} \quad (8.7c)$$






$\sum_{t=1}^{35} (1 + 3\%)^{t-1}$  是期数为35、利率为3%的期末年金终值系数

# 案例分析：老有所依

I 退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

用HP12C财务计算器求解期末年金终值系数

表8.4 案例问题1的HP12C财务计算器操作步骤指引1

输入数字:	35	3	0	1	
对应按键:					
输出结果:					- 60.46208181

# 案例分析：老有所依

| 退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

**为什么终值出现负号，这是财务计算器的计算程序设定的。在这里我们只需用计算出来的数值。**

$$\sum_{t=1}^{35} (1 + 3\%)^{t-1} = 60.46208181$$

# 案例分析：老有所依

退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

$$S \times \sum_{t=1}^{35} (1 + 3\%)^{t-1} = 9 \times \sum_{t=1}^{20} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} \quad (8.7c)$$






$\sum_{t=1}^{20} \frac{1}{(1 + 3\%)^t}$  是期数为20、利率为3%的期末年金现值系数

# 案例分析：老有所依

| 退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

用HP12C财务计算器求解期末年金现值系数

表8.5 案例问题1的HP12C财务计算器操作步骤指引2

输入数字:	20	3		1	0
对应按键:					
输出结果:			-14.87747486		

# 案例分析：老有所依

| 退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

**为什么现值出现负号，这是财务计算器的计算程序设定的。在这里我们只需用计算出来的数值。**

$$\sum_{t=1}^{20} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} = 14.87747486$$

# 案例分析：老有所依

| 退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

$$S \times \sum_{t=1}^{35} (1 + 3\%)^{t-1} = 9 \times \sum_{t=1}^{20} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} \quad (8.7c)$$

代入相关数据，方程（8.7c）变形为

$$60.46208181S = 9 \times 14.87747486$$

$$S = 2.21456605 \text{ (万元)}$$



# 案例分析：老有所依

| 退休后的消费水平是退休前收入的75%的储蓄计划

结论

要使退休后的消费水平是退休前收入的75%，需每年储蓄22145.66元。

# 案例分析：老有所依

## II 退休前后的消费水平保持不变的储蓄计划

记退休前后的消费水平为C

由于没有初始财富，也不留遗产；依据基于个人寿命周期的跨期预算约束方程，终生收入的现值就应该等于终生消费的现值，即：

$$\sum_{t=1}^{35} \frac{12}{(1 + 3\%)^t} = \sum_{t=1}^{55} \frac{C}{(1 + 3\%)^t} \quad (8.8)$$

# 案例分析：老有所依

II 退休前后的消费水平保持不变的储蓄计划

$$12 \times \sum_{t=1}^{35} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} = C \times \sum_{t=1}^{55} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} \quad (8.8a)$$

$12 \times \sum_{t=1}^{35} \frac{1}{(1 + 3\%)^t}$  为期数为35、利率为3%、






期末年金值为12的期末年金现值。

# 案例分析：老有所依

## II 退休前后的消费水平保持不变的储蓄计划

### 用HP12C财务计算器求解期末年金现值

表8.6 案例问题2的HP12C财务计算器操作步骤指引1

输入数字:	35	3		12	0
对应按键:					
输出结果:			-257.8466409		

# 案例分析：老有所依

II 退休前后的消费水平保持不变的储蓄计划

为什么现值出现负号，这是财务计算器的计算程序设定的。在这里我们只需用计算出来的数值。

$$12 \times \sum_{t=1}^{35} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} = 257.8466409$$

# 案例分析：老有所依

II 退休前后的消费水平保持不变的储蓄计划

$$12 \times \sum_{t=1}^{35} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} = C \times \sum_{t=1}^{55} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} \quad (8.8a)$$

$\sum_{t=1}^{55} \frac{1}{(1 + 3\%)^t}$  为期数为55、利率为3%的






期末年金现值系数。

# 案例分析：老有所依

## II 退休前后的消费水平保持不变的储蓄计划

### 用HP12C财务计算器求解年金现值系数

表8.7 案例问题2的HP12C财务计算器操作步骤指引2

输入数字:	55	3		1	0
对应按键:					
输出结果:			-26.77442764		

# 案例分析：老有所依

II 退休前后的消费水平保持不变的储蓄计划

**为什么现值出现负号，这是财务计算器的计算程序设定的。在这里我们只需用到计算出来的数值。**

$$\sum_{t=1}^{55} \frac{1}{(1 + 3\%)^t} = 26.77442764$$



# 案例分析：老有所依

II 退休前后的消费水平保持不变的储蓄计划

$$12 \times \sum_{t=1}^{35} \frac{1}{(1+3\%)^t} = C \times \sum_{t=1}^{55} \frac{1}{(1+3\%)^t} \quad (8.8a)$$

代入相关数据，方程（8.8a）变形为

$$257.8466409 = 26.77442764C$$

$$C = 9.6303325$$

$$\text{每年的储蓄额} = 12 - 9.6303325 = 2.36966750 \text{ (万元)}$$

# 案例分析：老有所依

II 退休前后的消费水平保持不变的储蓄计划

结论

要使退休前后的消费水平保持不变，需每年储蓄23696.68元。