供给、需求与物价的线性微分方程模型

通过分析供给.需求与物价关系建立了线性微分方程模型，利用模型对通货膨胀与通货紧缩进行了分析

主 要 内 容

- 基本概念
- 模型假设
- 模型建立
- 模型讨论
- 进一步思考的问题

基本概念

定义：

供给是在一定的条件下，单位时间内企业原出售且可供出售的商品量，记为 S。

需求是在一定的条件下，单位时间内消费者欲购且有支付能力的商品量，记为D。

模 型 假 设

模型假设：

(1) $D = c - d \times p, S = -a + b \times p$，其中$p$是物价，$a,b,c,d$是真常数。

(2) 物价的涨速与需求过剩$D - S$成正比。

模型建立

物价的数学模型　：

$$\frac{dp}{dt}=\alpha(D-S)=\alpha(c-d\times p+a-b\times p)$$

$$=\alpha(c+a-(b+d)\times p)$$

即：$\frac{dp}{dt}+k\times p=h$　　(1)

其中：$k=\alpha\times(b+d),\ h=\alpha\times(a+c)$

(1) 的通解为：$p(t)=c\times e^{-kt}+\dfrac{h}{k}$

记：$\overline{p}=\dfrac{h}{k}$

则：$\overline{p}=\dfrac{a+c}{b+d}$　　　(2)

又当$D=S$时，即 $c-d\times p=-a+b\times p$ 时，p为均衡价格，故$\overline{p}$就是均衡价格

于是：$p(t)=ce^{-kt}+\overline{p}$　　(3)

模型讨论

(1) $p(t)$虽有波动，但当$t\to+\infty$时，$p(t)$趋于均衡价格$\overline{p}$，这时市场趋于稳定。

(2) 如果供给与需求都是常数，但$D>S$，则：

$$\frac{dp}{dt}=\alpha(D-S)$$

$$p(t)=ce^{\alpha(D-S)t},(c>0)$$

这时：$\lim\limits_{t\to+\infty}p(t)=+\infty$

此即是通货膨胀，是由于供不应求造成的，为平抑物价，必须降低消费资金的投入，把需求降下来或增加商品的供给量，例如压缩政府机关的公务员数量和企业的冗余职工就能降低消费资金。

(3) 如果供给与需求都是常数，但 $D<S$,则：

$$\frac{dp}{dt}=\alpha(D-S)$$

$$p(t)=ce^{\alpha(D-S)t},(c>0)$$

这时： $\lim\limits_{t\to+\infty}p(t)=0$

此即是通货紧缩，是由于供过于求造成的为提高物价，必须增加消费资金，提高需求或降低商品的供给量。

进一步思考的问题

如何利用模型对实际问题进行分析？