贝叶斯公式

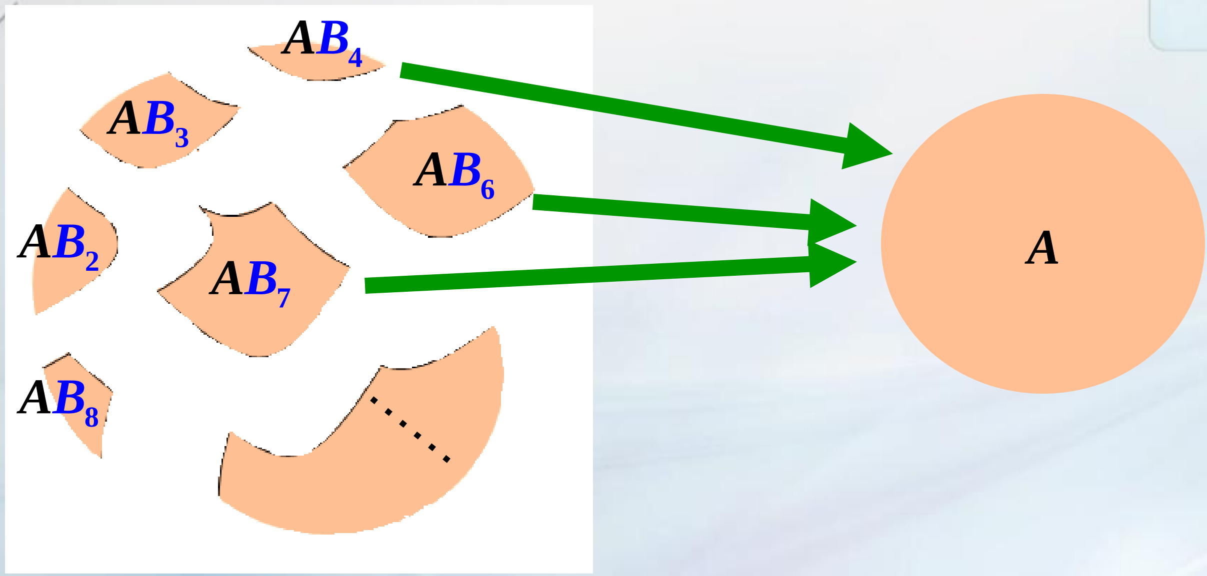
主讲：荣腾中

全概率公式

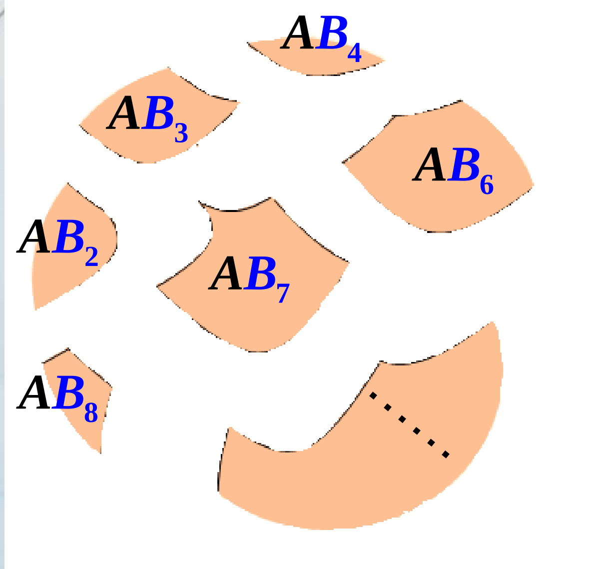
$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(AB_i)$$

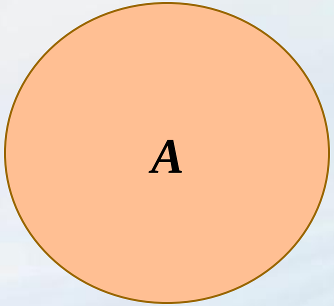
$$=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i)$$

全概率公式

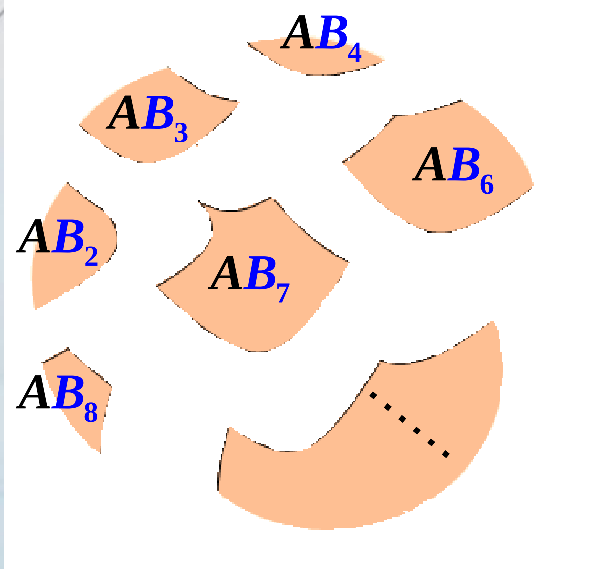


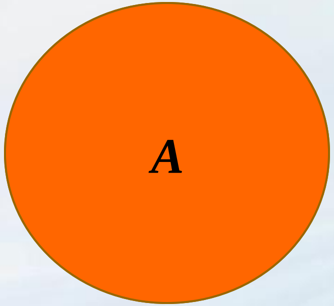
贝叶斯概率原理



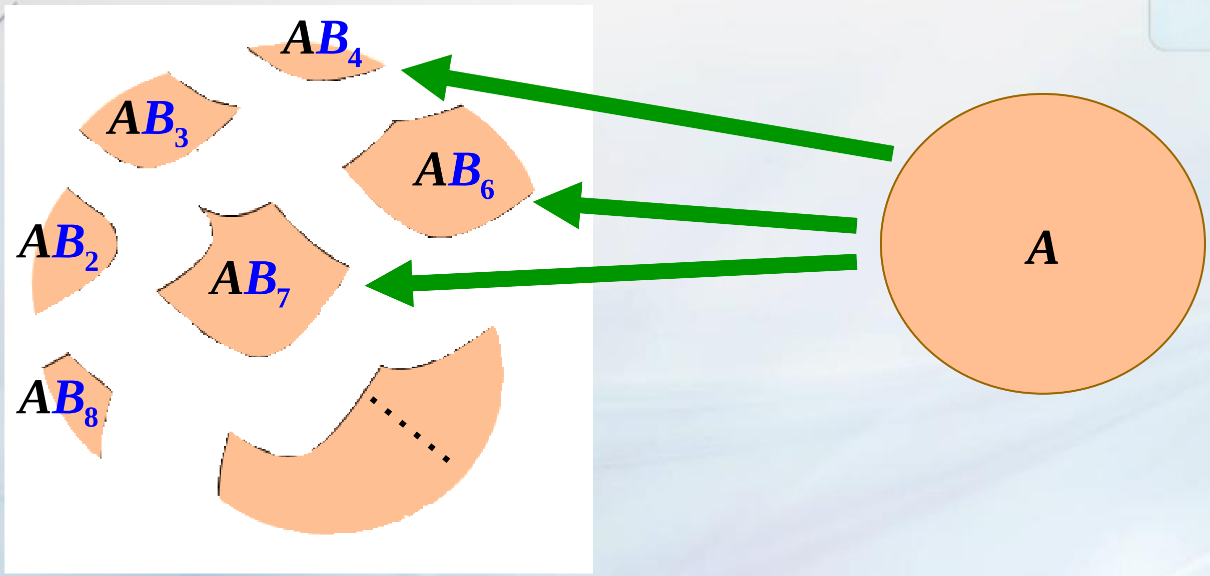


贝叶斯概率原理





贝叶斯概率原理



贝叶斯公式

$$P(B_k \mid A) = \frac{P(B_k A)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(B_k)P(A \mid B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A \mid B_i)}$$

贝叶斯概率

1.贝叶斯概率是一个条件概率

$$P(B_k \mid A)$$

2.贝叶斯概率是一个后验概率

Thomas Bayes, 1702 - 1761

先验概率 $P(B_k)$ $\xrightarrow[\text{样本观测}]{\text{结果}}$ 后验概率 $P(B_k \mid A)$

银行信用评价

银行是如何评价小李的信用的呢?

$A =$ “按期还款”

$B =$ “小李守信”

假设先验概率为

$$P(B) = P(\bar{B}) = 0.5$$

不失一般地，假设参数

$$P(A \mid B) = 0.9 \qquad P(\bar{A} \mid B) = 0.1$$

$$P(A \mid \bar{B}) = 0.5 \qquad P(\bar{A} \mid \bar{B}) = 0.5$$

银行信用评价

先由全概率公式，计算小李按期还款的概率

$$P(A)=P(B)P(A|B)+P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

$$=0.5\times0.9+0.5\times0.5$$

$$=0.7$$

由贝叶斯公式，小李完成一次按期还款的后验概率

$$P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$$

$$=\frac{0.5\times 0.9}{0.5\times 0.9+0.5\times 0.5}$$

$$=0.64$$

先验概率

$$P(B)=0.5$$

$$P(\bar{B})=0.5$$

按期还款

后验概率

$$P(B|A)=0.64$$

$$P(\bar{B}|A)=0.36$$

小李再一次按期还款，银行重新评估后验概率

$$P(B\mid A)=\frac{P(B)P(A\mid B)}{P(B)P(A\mid B)+P(\bar{B})P(A\mid \bar{B})}$$

$$=\frac{0.64\times 0.9}{0.64\times 0.9+0.36\times 0.5}$$

$$=0.76$$

先验概率

$P(B)=0.64$

$P(\bar{B})=0.36$

按期还款

后验概率

$P(B\mid A)=0.76$

$P(\bar{B}\mid A)=0.24$

如果小李连续4次保持按期还款

先验概率

$P(B)=0.5$

$P(\bar{B})=0.5$

按期还款 → 按期还款 → 按期还款 → 按期还款

后验概率

$P(B\mid A)=0.91$

$P(\bar{B}\mid A)=0.09$

他的信用概率可升到91%。