

建筑工程公司投标的决策分析

本案例涉及概率论知识。案例介绍了利用决策树和效用函数解决关于投资项目的风险决策问题的方法，并介绍了与此相关的灵敏度分析和Bayes分析。

制作人：何仁斌

主要内容

问题背景

问题分析

以期望值最大为标准的决策方法

采用效用函数的决策方法

灵敏度分析

Bayes分析

2005-7-20

上一頁 下一頁 主頁

何仁斌

问题背景 实际问题

我国某建筑工程公司，准备参加外国某工程项目的投标。投标的总费用为96万元。他们不知道中标的可能性有多大，只能假定中标与不中标的可能性各占一半。如果不中标，96万元的招标费已经花了。如果中标可以得到较大的净收益，这篇净收益有四种可能的情况：414万元、334万元、284万元和154万元。这四种情况发生的概率均为0.25。公司中有人建议，这样干风险太大，可以先调查外国公司取标的意向，如果能中标，再投标，否则就不投标了。但是这样做也有不利的地方，那就是当你知道可能中标时也许投标期已过，这种情况的发生概率为70%。还有一种方案，那就是请顾问调查中标的可能性（或者买情报）。顾问当然要在一定的期限内报告结果。估计顾问报告中标的可能性为65%。顾问报告中标时，若投标，则实际上中标的可能性为69%，不中标的可能性为31%。如果顾问报告不中标，若投标，这时中标的可能性就很小了，假定为14%。顾问费用是1万元。试为该公司做一个决策方案，使得总收益最高。

2005-7-20

上一頁 下一頁 主頁

何仁斌

问题分析

决策者有四种可选择的方案：

- 投标；
- 不投标；
- 自行调查，然后决定是否投标；
- 聘请顾问调查然后决定是否投标。

2005-7-20

上一頁 下一頁 主頁

何仁斌

1 问题分析

将这四种方案分别记为D1、D2、D3、D4。后面两种方案又将进行第二阶段决策，那时有两种可选择的方案：

- 投标
- 不投标

2005-7-20

上一頁 下一頁 主頁

何仁斌

1 问题分析

然而，不论是处于第一阶段还是第二阶段，当决策方案选择了投标后，都将面临中标和不中标两种可能性。如果中标，又有四种可能的收益结果。

2005-7-20

上一頁 下一頁 主頁

何仁斌

以期望值最大为标准的决策方法

2 决策树与建模

对于这个问题，我们已经列出了决策者在各个阶段可以选择的各种方案以及各种方案将可能出现的收益情况。决策的目的是要比较这些各不相同的方案所可能带来的收益大小，并从中选出收益最大的方案作为最优方案。为此，可利用决策树的方法建模。

2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌

2 决策树与建模

决策树：将上述各个方案及其可能出现的收益情况用一种树形连线图来形象地描述出来，这种图称之为决策树。

决策点：小方块。

方案枝：决策点所伸出的线段（表示可供选择的方案）。

随机点：小圆圈。

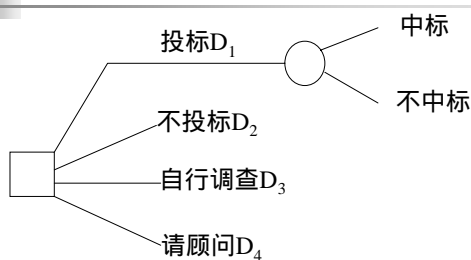
随机枝：从随机点所引出的线段。随机枝所代表的事件发生的概率在其枝上标出。

2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌

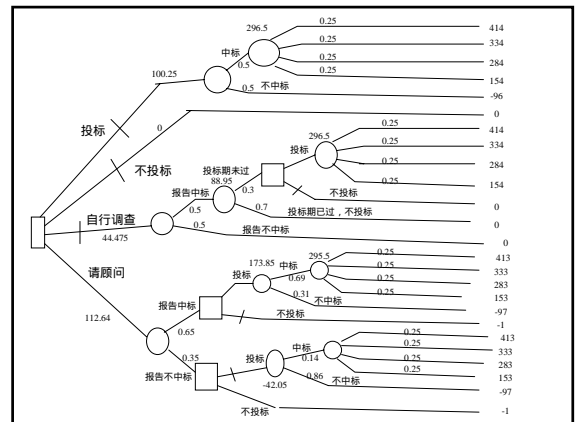
2 决策树与建模



2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌



采用效用函数的决策方法

3 采用效用函数处理风险问题

可以用效用函数来刻画决策者对收益的喜好程度，效用函数记为 $U(x)$ 。首先要确定效用函数。

假设最差和最好的收益情况如下

$$x_a = -97, \quad x_b = 414$$

$$\text{令 } U(x_a) = 0, U(x_b) = 1$$

$$\text{即 } U(414) = 1, U(-97) = 0$$

2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌

3 采用效用函数处理风险问题

然后采用如下方法确定其它值。向决策者询问：对于概率 $p=0.5$ ，确定性收益 x 为何值时，他认为与完全随机地发生最好或最差两种收益的情况相等同？即确定下面等式

$$U(x) = p \times U(x_a) + (1-p) \times U(x_b)$$

的 x 值，设决策者认为 $x=25$ ， $U(25)=0.5$ ，类似地，分别令

$$x_a = -97, x_b = 25 \text{ 和 } x_a = 25, x_b = 414$$

再来确定 x 值。这样求得五个收益值及其对应的效

2005-7-20

上一页 下一页 主页

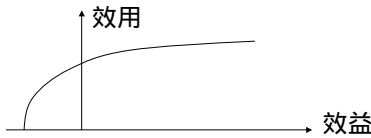
何仁斌

3 采用效用函数处理风险问题

用分别为

$$U(25)=0.5, U(-55)=0.25, U(170)=0.75$$

根据这五点连接一条曲线或拟合一条光滑曲线，就是效用 - 收益曲线，如图所示。



2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌

3 采用效用函数处理风险问题

根据这条曲线可以求得各种效益的效用值。

$$U(334)=0.92, U(248)=0.88$$

$$U(154)=0.73, U(-96)=0.01$$

$$U(0)=0.43, U(413)=0.99$$

$$U(333)=0.91, U(283)=0.87$$

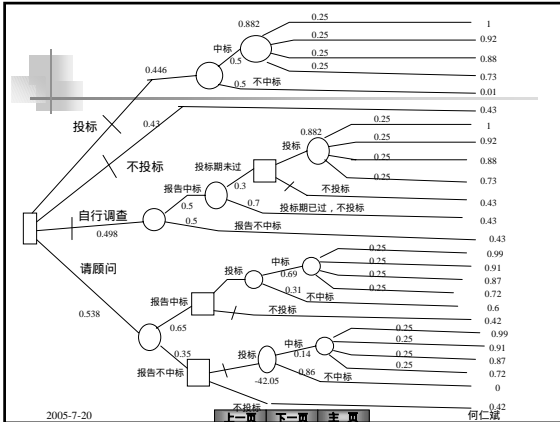
$$U(153)=0.72$$

标有效用值的决策树如下图所示。

2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌



2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌

3 采用效用函数处理风险问题

四种方案的效用值的期望值分别为0.446, 0.43, 0.283和0.538。结论仍然是选择方案D4 - 请顾问调查然后决定是否投标最好，其它三个方案的次序有所变化，“自行调查”优先于盲目“投标”。这也是容易理解的，调查后再决策减少了风险。这里的效用函数是凹的表明决策者是风险厌恶的，即决策者是不喜欢风险的。

2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌

灵敏度分析

4 灵敏度分析在决策树中的应用

灵敏度分析是通过分析、预测投资方案主要的不确定因素发生变化时对方案评价结果的影响，从中找出敏感因素，并确定其影响程度。通过灵敏度分析，可使决策者预见不确定因素在多大范围内变动，不致影响其投资决策；找出敏感的不确定因素，并针对敏感的不确定因素，采用一定的预防措施，可以提高对投资方案决策的可靠性。

2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌

4 灵敏度分析在决策树中的应用

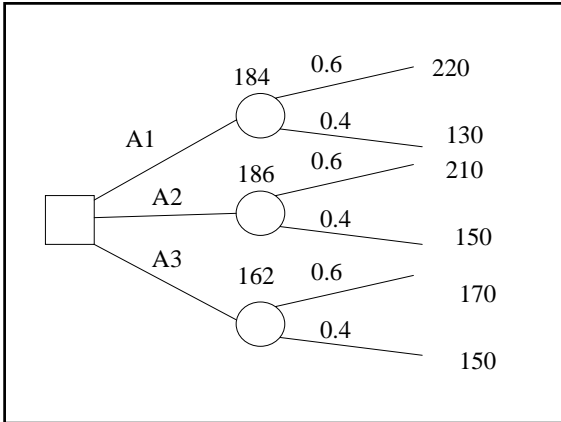
例1：某公司市场经理根据最近的市场资料估计，他们的产品在决策期内，需求量可能会增加15%，然而需求量也可能减少5%，发生这两种情况的概率分别为0.6和0.4。他们有三种方案可供选择，其相应的销售量列表如下：

方案	销售量（单位：千克）	
	5%的需求量减少（ $1-p=0.4$ ）	15%的需求量增加（ $p=0.6$ ）
A1：租用新设备	130	220
A2：加班工作	150	210
A3：保持现状	150	170

2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌



4 灵敏度分析在决策树中的应用

(方案优先级为A2 > A1 > A3)

结果依赖于p的取值, 假设概率p为变量是, 那么, 上述各方案的期望值变为:

$$E(A1)=90p+130$$

$$E(A2)=60p+150$$

$$E(A3)=20p+150$$

可以看出, 方案A2总是优于方案A3, 而只有当时, 才有A2 > A1关系成立, 否则关系发生逆转. 因此, 该问题的概率临界点为 $p=2/3$.

2005-7-20 何仁斌

4 灵敏度分析在决策树中的应用

回到前面的投标决策问题, 它有四种可能的结果, 设其概率分别为 P_1, P_2, P_3, P_4 , 且 $(P_4=1-P_1-P_2-P_3)$. 各方案的期望值为 P_1, P_2, P_3 的某个线性函数, 同样能确定概率的临界值.

2005-7-20 何仁斌

Bayes分析

5 Bayes分析

回到例1. 市场经理进一步提出, 前面对两种市场结果的概率值有一定的主观性, 在概率论中, 将这称为先验概率. 为了慎重起见, 可以聘请市场专家进行咨询, 提供市场评估报告, 咨询费用为3千元. 可以预计报告结果可分为乐观的和悲观的两种情况, 出现各情况的条件概率如下:

2005-7-20 何仁斌

5 Bayes分析

市场状况	咨询报告结果		
	乐观的 (B1)	悲观的 (B2)	合计
销售量增加 (R)	0.9	0.1	1.0
销售量减少 (F)	0.2	0.8	1.0

2005-7-20 何仁斌

5 Bayes分析

根据Bayes公式, 市场两种状况发生的后验概率为:

$$P(R | B1)$$

$$= \frac{P(B1 | R) \times P(R)}{P(B1 | R) \times P(R) + P(B1 | F) \times P(F)}$$

$$= \frac{0.9 \times 0.6}{0.9 \times 0.6 + 0.2 \times 0.4} = 0.87$$

2005-7-20 何仁斌

5 Bayes分析

同理：

$$P(R | B2) = 0.16$$

$$P(F | B1) = 0.13$$

$$P(F | B2) = 0.84$$

另外：

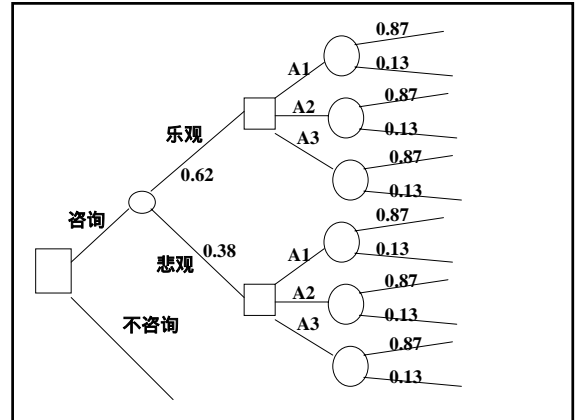
$$P(B1) = P(B1 | R)P(R) + P(B1 | F)P(F) = 0.62$$

$$P(B2) = P(B2 | R)P(R) + P(B2 | F)P(F) = 0.38$$

2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌



进一步思考的问题

对于本案例的决策问题编制计算机算法程序，并且编制有关决策树软件，以能解决这一类问题。

2005-7-20

上一页 下一页 主页

何仁斌