

复利的威力有多大？

——货币时间价值计算入门



第三章 复利的威力有多大？

——货币时间价值计算入门

一、货币时间价值基本方程构建

二、财务计算器使用入门

三、案例分析：24美元买下曼哈顿岛交易



货币时间价值基本方程构建

终值与复利

简单地说，终值是指当前持有的一笔已知数量的资金在未来某个时间点上的预期价值。

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

您把1万元钱存入一个账户，每年可得到8%的利息，3年后您账户里的钱（账户余额，本利和）就是今天这1万元钱的终值。

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

计算终值有两种方式，一种是复利计息，一种是单利计息。

所谓复利计息就是说不光本金要计取利息，先期获得的利息也要计取利息，复利计息简称复利，也叫“利滚利”。

表3.1 1万元资金未来各年份的终值（利率8%，复利计息） 单位：万元

年份	本金	期初账户余额 (上期期末账户余额)	当期利息 (期初账户余额×利率)	期末账户余额 (期初账户余额+当期利息)
1	1	1	$1 \times 8\%$	$1 + 1 \times 8\%$ $= 1 \times (1 + 8\%)^1$
2	1	$1 \times (1 + 8\%)^1$	$1 \times (1 + 8\%)^1 \times 8\%$	$1 \times (1 + 8\%)^1$ $+ 1 \times (1 + 8\%)^1 \times 8\%$ $= 1 \times (1 + 8\%)^1 \times (1 + 8\%)$ $= 1 \times (1 + 8\%)^2$
3	1	$1 \times (1 + 8\%)^2$	$1 \times (1 + 8\%)^2 \times 8\%$	$1 \times (1 + 8\%)^2$ $+ 1 \times (1 + 8\%)^2 \times 8\%$ $= 1 \times (1 + 8\%)^2 \times (1 + 8\%)$ $= 1 \times (1 + 8\%)^3$

表3.1 (续) 1万元资金未来各年份的终值 (利率8%, 复利计息) 单位: 万元

年份	本金	期初账户余额 (上期期末账户余额)	当期利息 (期初账户余额×利率)	期末账户余额 (期初账户余额+当期利息)
N-1	1	$1 \times (1 + 8\%)^{N-2}$	$1 \times (1 + 8\%)^{N-2} \times 8\%$	$1 \times (1 + 8\%)^{N-2}$ $+ 1 \times (1 + 8\%)^{N-2} \times 8\%$ $= 1 \times (1 + 8\%)^{N-2} \times (1 + 8\%)$ $= 1 \times (1 + 8\%)^{N-1}$
N	1	$1 \times (1 + 8\%)^{N-1}$	$1 \times (1 + 8\%)^{N-1} \times 8\%$	$1 \times (1 + 8\%)^{N-1}$ $+ 1 \times (1 + 8\%)^{N-1} \times 8\%$ $= 1 \times (1 + 8\%)^{N-1} \times (1 + 8\%)$ $= 1 \times (1 + 8\%)^N$

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

放进账户的资金数额是C,
账户利率是r, 复利计息,
第n年账户余额记为 FV_n

$$FV_n = C \times (1 + r)^n \quad (3.1)$$

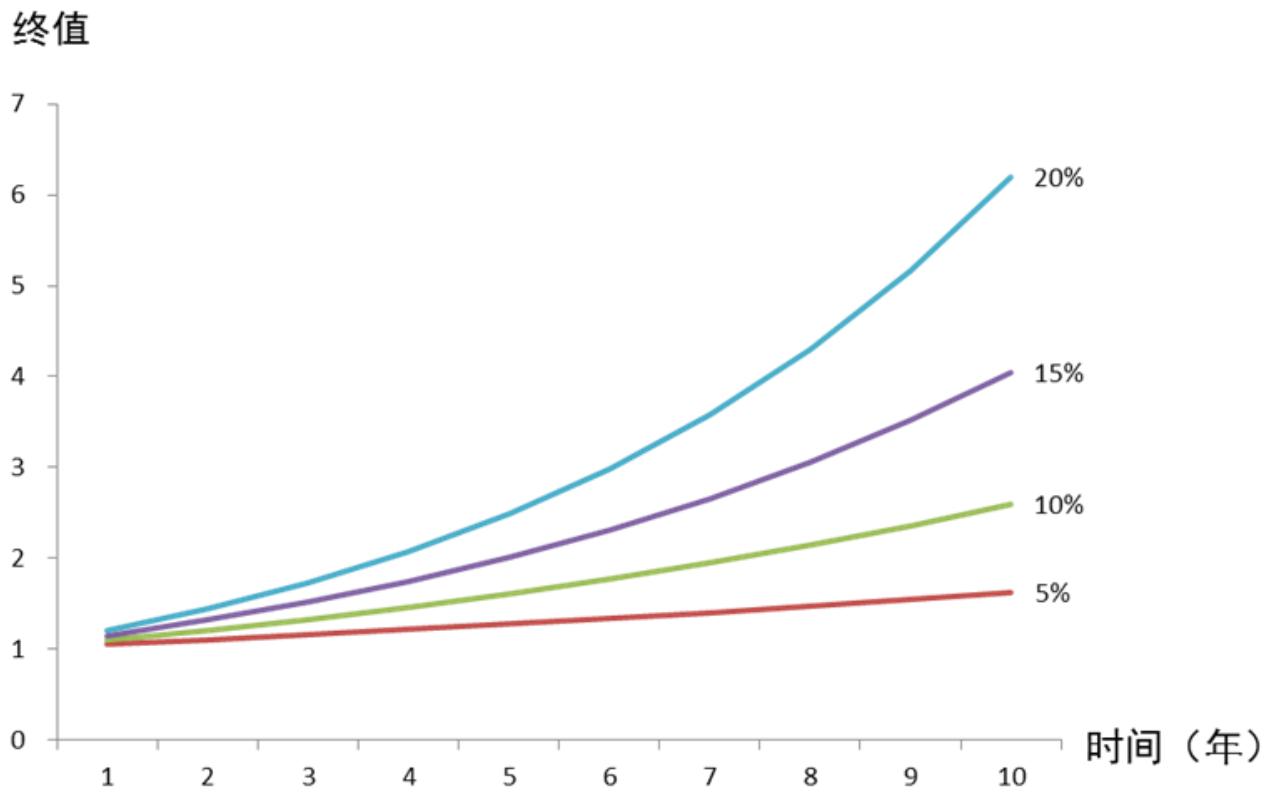


图3.1 1元本金在不同时间点与利率情形下的终值

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

在金融学里， $(1 + r)^n$ 被称为终值系数，

简记为FVIF(r, n)，其金融学含义：1元钱以每期r的回报率进行投资，在第n期时的投资价值。

表3. 1a

终值系数表FVIF (r, n)

期数	利率			
	5%	10%	15%	20%
1	1.0500	1.1000	1.1500	1.2000
2	1.1025	1.2100	1.3225	1.4400
3	1.1576	1.3310	1.5209	1.7280
4	1.2155	1.4641	1.7490	2.0736
5	1.2763	1.6105	2.0114	2.4883
6	1.3401	1.7716	2.3131	2.9860
7	1.4071	1.9487	2.6600	3.5832
8	1.4775	2.1436	3.0590	4.2998
9	1.5513	2.3579	3.5179	5.1598
10	1.6289	2.5937	4.0456	6.1917

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

$$\mathbf{FV}_n = \mathbf{C} \times \mathbf{FVIF}(r, n) \quad (3.1a)$$

当您要计算终值的时候，您只需根据利率和期限查出终值系数，然后与本金相乘就可得出终值。

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

所谓单利计息，就是只对本金记取利息，先期产生的利息不记取利息，单利计息简称单利。

表3.2 1万元资金未来各年份的终值（利率8%，单利计息） 单位：万元

年份	本金	期初账户余额 (上期期末账户余额)	当期利息 (本金×利率)	期末账户余额 (期初账户余额+当期利息)
1	1	1	$1 \times 8\%$	$1 + 1 \times 8\%$
2	1	$1 + 1 \times 8\%$	$1 \times 8\%$	$1 + 1 \times 8\% + 1 \times 8\%$ $= 1 + 2 \times 1 \times 8\%$
3	1	$1 + 2 \times 8\%$	$1 \times 8\%$	$1 + 2 \times 8\% + 1 \times 8\%$ $= 1 + 3 \times 1 \times 8\%$

表3.2 (续) 1万元资金未来各年份的终值 (利率8%, 单利计息) 单位: 万元

年份	本金	期初账户余额 (上期期末账户余额)	当期利息 (本金×利率)	期末账户余额 (期初账户余额+当期利息)
N-1	1	$1 + (N-2) \times 1 \times 8\%$	$1 \times 8\%$	$1 + (N-2) \times 1 \times 8\% + 1 \times 8\%$ $= 1 + (N-1) \times 1 \times 8\%$
N	1	$1 + (N-1) \times 1 \times 8\%$	$1 \times 8\%$	$1 + (N-1) \times 1 \times 8\% + 1 \times 8\%$ $= 1 + N \times 1 \times 8\%$

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

放进账户的资金数额是C,

账户利率是r, 单利计息,

第n年账户余额记为 \overline{FV}_n

$$\overline{FV}_n = C \times (1 + n \times r) \quad (3.2)$$

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

复利和单利是两种性质迥然不同的计息方式。在本金、利率相同的条件下，复利与单利会导致终值的差异，并随着期限的增加快速加大。

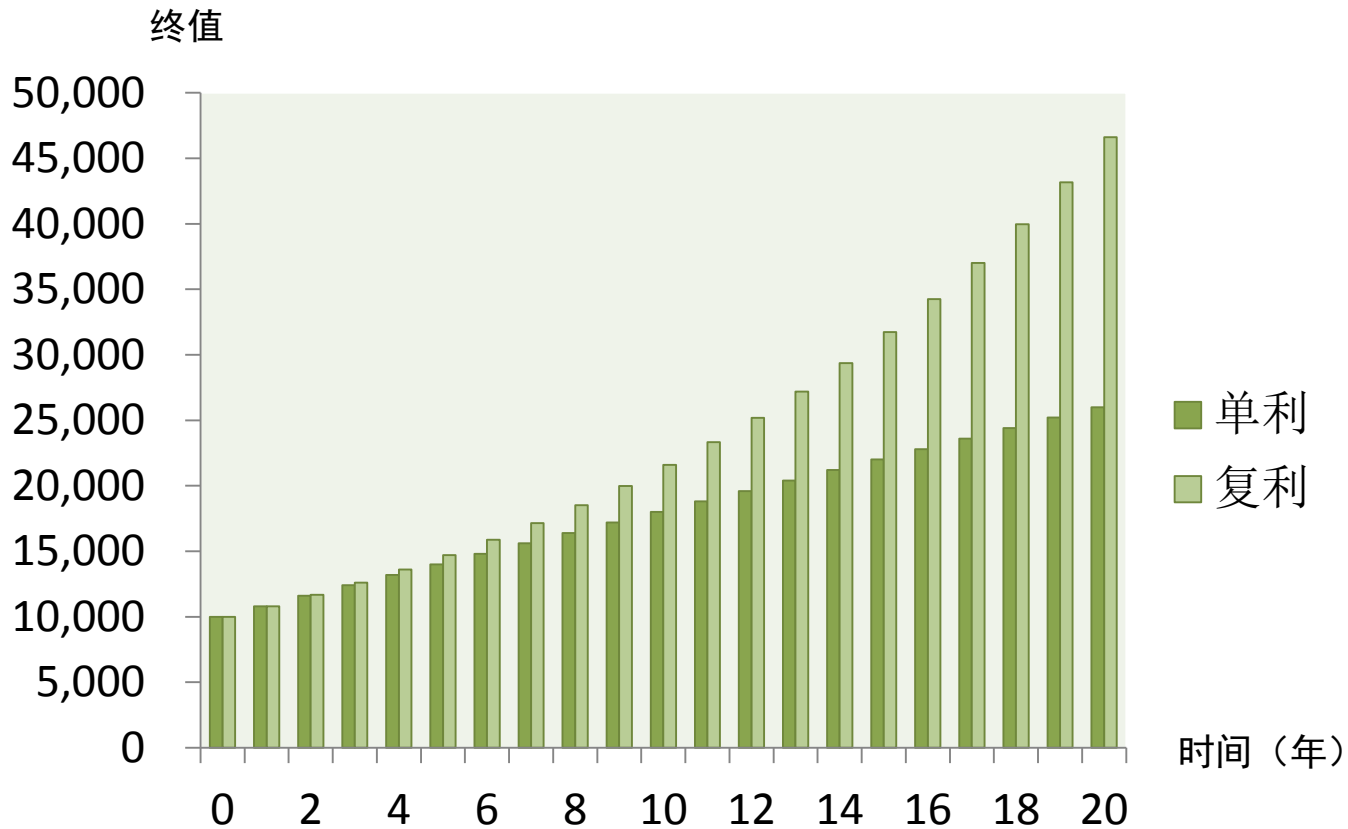


图3.2 本金10000元、利率8%、复利与单利计息情形下的的终值比较柱状图

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

复利能准确反映投资的价值变化，是计算终值的主流形式。在进行货币时间价值计算时，除非特别说明，终值都以复利方式计算。

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

在金融学里，终值（future value, FV）是指在给定利率的情形下，一定数量的货币投资在一段时间后的投资价值。

货币时间价值基本方程构建

终值与复利

当前资金数额是C,

利率是r, 期限是n,

第n期终值为 FV_n

$$FV_n = C \times (1 + r)^n \quad (3.1)$$

方程 (3.1) 是终值计算方程

货币时间价值基本方程构建

现值与贴现

现值是什么？简单地讲，现值就是未来资金在当前的价值。

举个例子。您有一张债券，3年后到期，到时您可拿到1000元。现在您急需用钱，您把债券卖掉，换回980元。这980元钱就是3年后的1000元钱的现值。

货币时间价值基本方程构建

现值与贴现

什么是贴现？计算未来资金现值的过程，就叫做贴现。

再举个例子。您计划3年后出国旅游，到时需要旅游费10000元。有一个投资账户，年回报率6%，您需要在账户里放进多少钱才能攒足出国旅游费？

货币时间价值基本方程构建

现值与贴现

$$FV_n = C \times (1 + r)^n \quad (3.1)$$

$$FV_3 = 10000, \quad r = 6\%, \quad n = 3,$$

$$10000 = C \times (1 + 6\%)^3$$

$$C = \frac{10000}{(1 + 6\%)^3}$$

$$= 8396.19(\text{元})$$

货币时间价值基本方程构建

现值与贴现

在上面的例子中，8396.19元就是3年后的10000元资金在利率6%情形下的现值，从3年后的10000元计算出8396.19元当前值的过程，就是贴现。

货币时间价值基本方程构建

现值与贴现

在金融学里，现值（**present value, PV**）就是未来资金以适宜的利率贴现所得到的当前价值（**current value**）。

在贴现过程中使用的利率叫做贴现率（**discount rate**）。

货币时间价值基本方程构建

现值与贴现

未来资金数额是C,

利率是r, 期限是n,

现值为PV

$$PV = \frac{C}{(1+r)^n} \quad (3.3)$$

方程 (3.3) 是现值计算方程

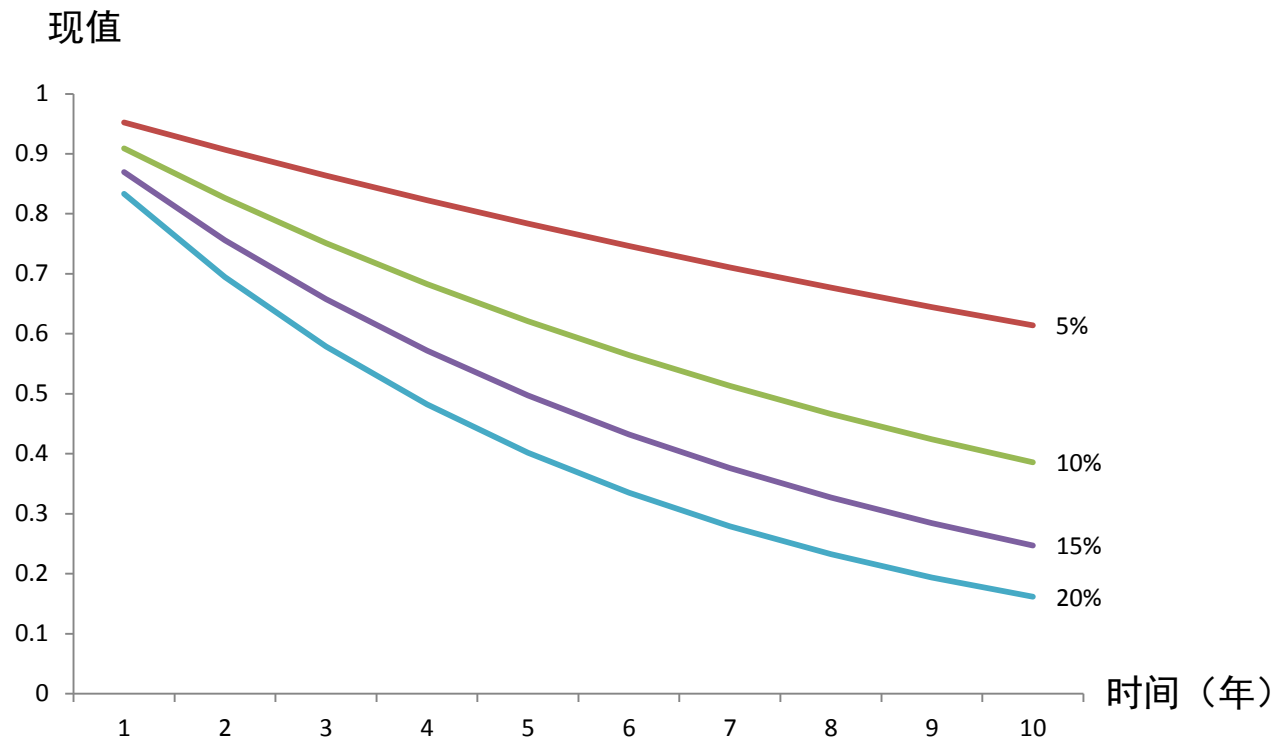


图3.3 1元未来资金在不同期限与利率情形下的现值

货币时间价值基本方程构建

现值与贴现

在金融学里， $\frac{1}{(1+r)^n}$ 被称为现值系数，或贴现系数，

简记为PVIF(r, n)，其金融学含义是：未来1元钱以
贴现率r贴现n期的现值。

表3. 2a

现值系数表PVIF (r, n)

期数	利率			
	5%	10%	15%	20%
1	0.9524	0.9091	0.8696	0.8333
2	0.9070	0.8264	0.7561	0.6944
3	0.8638	0.7513	0.6575	0.5787
4	0.8227	0.6830	0.5718	0.4823
5	0.7835	0.6209	0.4972	0.4019
6	0.7462	0.5645	0.4323	0.3349
7	0.7107	0.5132	0.3759	0.2791
8	0.6768	0.4665	0.3269	0.2326
9	0.6446	0.4241	0.2843	0.1938
10	0.6139	0.3855	0.2472	0.1615

货币时间价值基本方程构建

现值与贴现

$$PV = C \times PVIF(r, n) \quad (3.3a)$$

当您要计算现值的时候，您只需根据利率和期限查出现值系数，然后与未来资金数额相乘就可得出现值。

货币时间价值基本方程构建

货币时间价值基本方程

终值计算方程

$$FV_n = C \times (1 + r)^n \quad (3.1)$$

其中：C是当前资金数额

r是利率

n是期限

FV_n 是第n期终值

现值计算方程

$$PV = \frac{C}{(1+r)^n} \quad (3.3)$$

其中：C是未来资金数额，

r是利率

n是期限

PV是现值

货币时间价值基本方程构建

货币时间价值基本方程

$$FV_n = PV \times (1 + r)^n \quad (3.4)$$

其中： FV_n 第 n 期末的终值

PV 是现值

r 是利率

n 是期数

方程 (3.4) 是货币时间价值基本方程

货币时间价值基本方程构建

货币时间价值基本方程

$$FV_n = PV \times (1 + r)^n \quad (3.4)$$

货币时间价值基本方程把现值、终值、利率、期数联系在一起，是全部货币时间价值计算的基础。

货币时间价值基本方程构建

小结

终值 (future value, FV) 指在给定利率的情形下, 一定数量的货币投资在一段时间后的投资价值。

现值 (present value, PV) 就是未来资金以适宜的利率贴现所得到的当前价值 (current value)。

货币时间价值基本方程构建

小结

货币时间价值基本方程如下：

$$FV_n = PV \times (1 + r)^n$$

其中： FV_n 是第n期末的终值

PV 是现值

r 是利率

n 是期数

财务计算器使用入门

货币时间价值计算工具概览

货币时间价值计算工具种类

- 货币时间价值系数表
- 科学计算器
- Excel
- 财务计算器
- 财务计算器模拟器

财务计算器使用入门

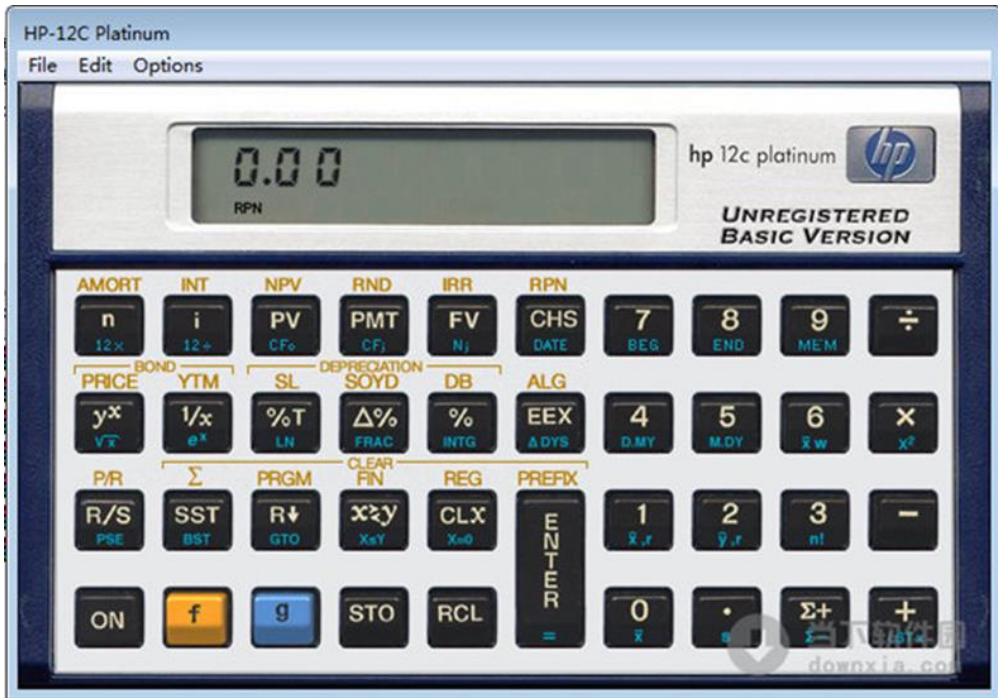
财务计算器基本技能训练

对于财务计算器基本技能训练，请同学们借助课程讲义，对照视频学习相关操作，这样可以事半功倍哦！



财务计算器使用入门

财务计算器基本技能训练



HP12C财务计算器模拟器的计算界面

黄色f键是一个功能转化键。

n是期数

i是利率

PV是现值

FV是终值

PMT是年金，我们将在以后学习。

CHS是正负号转换键

例3.1 钱妈妈把10000元钱存入一个账户，每年可得到8%的利息，5年后钱妈妈账户的本利和是多少？

解法1：用货币时间价值基本方程数值求解

$$PV=10000, \quad i=8\%, \quad n=5$$

$$FV_n = PV \times (1 + r)^n$$






$$\begin{aligned} FV_5 &= 10000 \times (1 + 8\%)^5 \\ &= 14693.28(\text{元}) \end{aligned}$$

例3.1 钱妈妈把10000元钱存入一个账户，每年可得到8%的利息，5年后钱妈妈账户的本利和是多少？

解法2：用HP12C财务计算器求解

表3.3

例3.1的HP12C财务计算器计算终值操作步骤指引

输入数字：	5	8	10000	0	
对应按键：					
输出结果：					-14693.28077

例3.1 钱妈妈把10000元钱存入一个账户，每年可得到8%的利息，5年后钱妈妈账户的本利和是多少？

5年后钱妈妈账户的本利和是**14693.28元**。

例3.2 钱妈妈计划3年后出国旅游，到时需要旅游费10000元。有一个投资账户，年回报率6%，钱妈妈需要在账户里放进多少钱才能攒足出国旅游费？

解法1：用货币时间价值基本方程数值求解

$$FV_3 = 10000, r=6\%, n=3$$

$$FV_n = PV \times (1 + r)^n$$

$$10000 = PV \times (1 + 6\%)^3$$






$$PV = \frac{10000}{(1+6\%)^3} = 8396.19(\text{元})$$

例3.2 钱妈妈计划3年后出国旅游，到时需要旅游费10000元。有一个投资账户，年回报率6%，钱妈妈需要在账户里放进多少钱才能攒足出国旅游费？

解法2：用HP12C财务计算器求解

表3.4

例3.2的HP12C财务计算器计算现值操作步骤指引

输入数字：	3	6		0	10000
对应按键：					
输出结果：			-8396.192830		

例3.2 钱妈妈计划3年后出国旅游，到时需要旅游费10000元。有一个投资账户，年回报率6%，钱妈妈需要在账户里放进多少钱才能攒足出国旅游费？

钱妈妈需要在账户里放进8396.19元，才能攒足出国旅游费。

例3.3 钱妈妈有机会购买一种理财产品，现在投资50000元，3年后可一次获得65000元。钱妈妈想知道这种理财产品的投资回报率是多少？

解法1：用货币时间价值基本方程数值求解

$$PV = 50000, \quad FV_3 = 65000, \quad n=3$$






$$FV_n = PV \times (1 + r)^n$$

$$65000 = 50000 \times (1 + r)^3$$

$$r=9.14\%$$

解法2：用HP12C财务计算器求解例3.3

表3.5 例3.3的HP12C财务计算器计算投资回报率操作步骤指引

输入数字:	3		-50000	0	65000
对应按键:					
输出结果:		9.13928738			

例3.3 钱妈妈有机会购买一种理财产品，现在投资50000元，3年后可一次获得65000元。钱妈妈想知道这种理财产品的投资回报率是多少？

$$r=9.14\%$$

这种理财产品的投资回报率是9.14%。

例3.4 钱妈妈现在有现金200000元，投资到一种理财账户，该账户承若有8%的年回报率，钱妈妈想知道需要多少年这200000元才能增值到600000元？

解法1：用货币时间价值基本方程数值求解

$$PV=200000, FV_n = 600000, r=8\%$$






$$FV_n = PV \times (1 + r)^n$$

$$600000 = 200000 \times (1 + 8\%)^n$$

$$n=14.27491459$$

解法2：用HP12C财务计算器求解例3.4

表3.6 例3.4的HP12C财务计算器计算投资期限操作步骤指引

输入数字：		8	-200000	0	600000
对应按键：					
输出结果：	15				

例3.4 钱妈妈现在有现金200000元，投资到一种理财账户，该账户承若有8%的年回报率，钱妈妈想知道需要多少年这200000元才能增值到600000元？

需要15年这200000元才能增值到600000元。

案例分析：24美元买下曼哈顿岛

1626年的曼哈顿岛交易

24美元买下曼哈顿岛，痴人说梦吧！不，这是一个真实的交易，1626年发生在荷兰殖民者与北美印第安土著之间的真实交易。

1626年初，荷兰人彼得·米努伊特(Peter Minuit)手持荷兰西印度公司指令，带着两船移民离开荷兰的特塞尔岛(Texel)前往北美。当时，荷兰殖民者与北美土著印第安人之间关系不断恶化，经常有荷兰商船被印第安人放火烧掉，荷兰殖民者的毛皮生意困难重重。

案例分析：24美元买下曼哈顿岛

1626年的曼哈顿岛交易

4月底，彼得·米努伊特(Peter Minuit)一行到达美国，移民们带着他们的财产上岸定居。很快，印第安人代表就前来拜访，并询问米努伊特(Minuit)是打算用武力抢走土地呢，还是用钱购买土地？米努伊特(Minuit)不想有争端，就安排一次会面来商讨价格。会面那天，印第安人首领向米努伊特(Minuit)出示一张纸条，上面写着土地价格是1200荷兰盾，还有米努伊特(Minuit)前任的签名。

案例分析：24美元买下曼哈顿岛

1626年的曼哈顿岛交易

当时，米努伊特(Minuit)只有纸币，但印第安人认为纸币没有价值，拒绝接受。于是，米努伊特(Minuit)就把一些西班牙金币、玻璃珠、一些布匹等物品给印第安人看，印第安人看货以后，同意用这些物品代替纸币，双方就签署土地买卖合同。米努伊特(Minuit)给印第安人的物品价值60荷兰盾，相当于当时的24美元，买下的这块地就是现在的曼哈顿岛。24美元购买曼哈顿岛的交易就此完成。

案例分析：24美元买下曼哈顿岛

谁赚？谁赔？

从1626年到现在，300多年过去了，昔日的荒岛变成当今的超级岛屿——纽约的核心，世界上最富有的城区，GDP高达4000多亿美元；华尔街、联合国总部、世贸中心、百老汇、哥伦比亚大学等都集中于此。在2000年，曼哈顿岛的价值被认为达到2.5万亿美元。

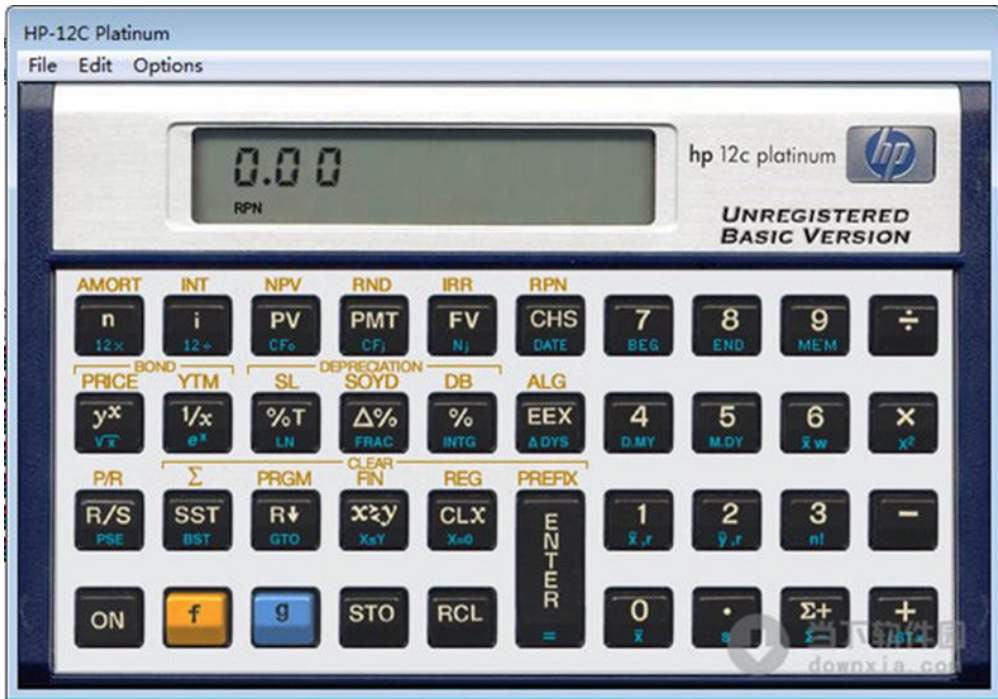
案例分析：24美元买下曼哈顿岛

谁赚？谁赔？

于是，“荷兰殖民者彼得·米努伊特(Peter Minuit)占了印第安人天大的便宜”、“曼哈顿岛交易是印第安人最失败的商业交易”以及类似的说法就不时在坊间流传。彼得·米努伊特(Peter Minuit)赚了吗？印第安人赔了吗？该如何看待这场交易？

案例分析：24美元买下曼哈顿岛

案例多元分析



HP12C财务计算器模拟器的计算界面

黄色f键是一个功能转化键。

n是期数

i是利率

PV是现值

FV是终值

PMT是年金，我们将在以后学习。

CHS是正负号转换键

从彼得·米努伊特(Peter Minuit)的角度分析

假定2000年时，曼哈顿岛的价值就是2.5万亿美元，那么，1626年投资的24美元在这300多年中的投资回报率是多少？






$$PV=24$$

$$n=2000 - 1626=374$$

$$FV_{374} = 2.5 \times 10^{12}$$

用HP12C财务计算器计算彼得·米努伊特的投资回报率

表3.7 案例分析的HP12C财务计算器计算投资回报率操作步骤指引

输入数字:	374		-24	0	2.5×10^{12}
对应按键:					
输出结果:		7.01857598			

用HP12C财务计算器计算彼得·米努伊特的投资回报率

$$r=7.01857598\%$$

1626年投资的24美元在这300多年中的
投资回报率是7.01857598%。

案例分析：24美元买下曼哈顿岛

案例多元分析

1926年—2003年期间

美国小公司的股票年平均回报率是11.80%

美国大公司的股票年平均回报率是10.23%

美国长期国债的年平均回报率是5.10%

从彼得·米努伊特 (Peter Minuit) 的角度分析

结论

彼得·米努伊特 (Peter Minuit) 的24美元投资回报率只是好于长期国债，大大低于股票投资，但彼得·米努伊特 (Peter Minuit) 所承受的风险不比投资股票低。

从印第安人的角度分析

如果印第安人在1626年以10%的回报率投资24美元，到2000年，这笔投资的价值将会是多少？

$$PV=24, \quad r=10\%$$






$$n=2000-1626=374$$

$$FV_n = PV \times (1 + r)^n$$

$$\begin{aligned} FV_{374} &= 24 \times (1 + 10\%)^{374} \\ &= 7.262322 \times 10^{16} \end{aligned}$$

用HP12C财务计算器计算印第安人的24美元投资价值

表3.8 案例分析的HP12C财务计算器计算终值操作步骤指引

输入数字:	374	10	24	0	
对应按键:					
输出结果:					-7.262322×10^{16}

用HP12C财务计算器计算印第安人的24美元投资价值

$$FV=7.262322 \times 10^{16} \text{ (美元)}$$

到2000年，这笔投资的价值将会是

$$7.262322 \times 10^{16} \text{ 美元}$$

从印第安人的角度分析

7. 262322×10^{16} 到底是多少钱？ 1×10^{12} 是1万亿，
7. 262322×10^{16} 就是72623.2200万亿，而美国2013年的
GDP才16.19796万亿美元。开个玩笑，这么多钱足可以买下
整个美国、加拿大、墨西哥，乃至全世界。平心而论，
要在300多年中保持10%的回报率是不容易的事！

从历史的角度分析

1626年正处于大航海时代，在那个时代，殖民者习惯于用武力从北美土著手里抢掠土地。彼得·米努伊特(Peter Minuit)虽然手持火枪，仍然用物品与印第安人交换土地，避免了冲突与流血，这不失为一种进步。

曼哈顿岛从一个荒岛发展成为当今世界最富有的城区，一个重要原因是其独特的地理位置，是数百年来各个族裔的移民辛勤劳动的成果。

大航海带来大交换，赋予土地、商品全新的价值，突破了“你赚我赔”的零和游戏格局，拓展了人类生存空间。

案例分析：24美元买下曼哈顿岛

案例的金融学启示

曼哈顿从一个荒岛发展成为当今的超级岛屿，再一次印证：劳动是财富之父，土地是财富之母，人类辛勤劳动创造出巨大的物质财富。

一项投资，无论投入是多少，只要有回报，只要时间足够长，就可以积累成一笔巨大的财富，这就是复利的长期效应。

复利揭示了人类财富创造的价值增长特征，支撑复利这个宇宙最强大力量的基础是人类巨大的创造力和不断发展的生产力。