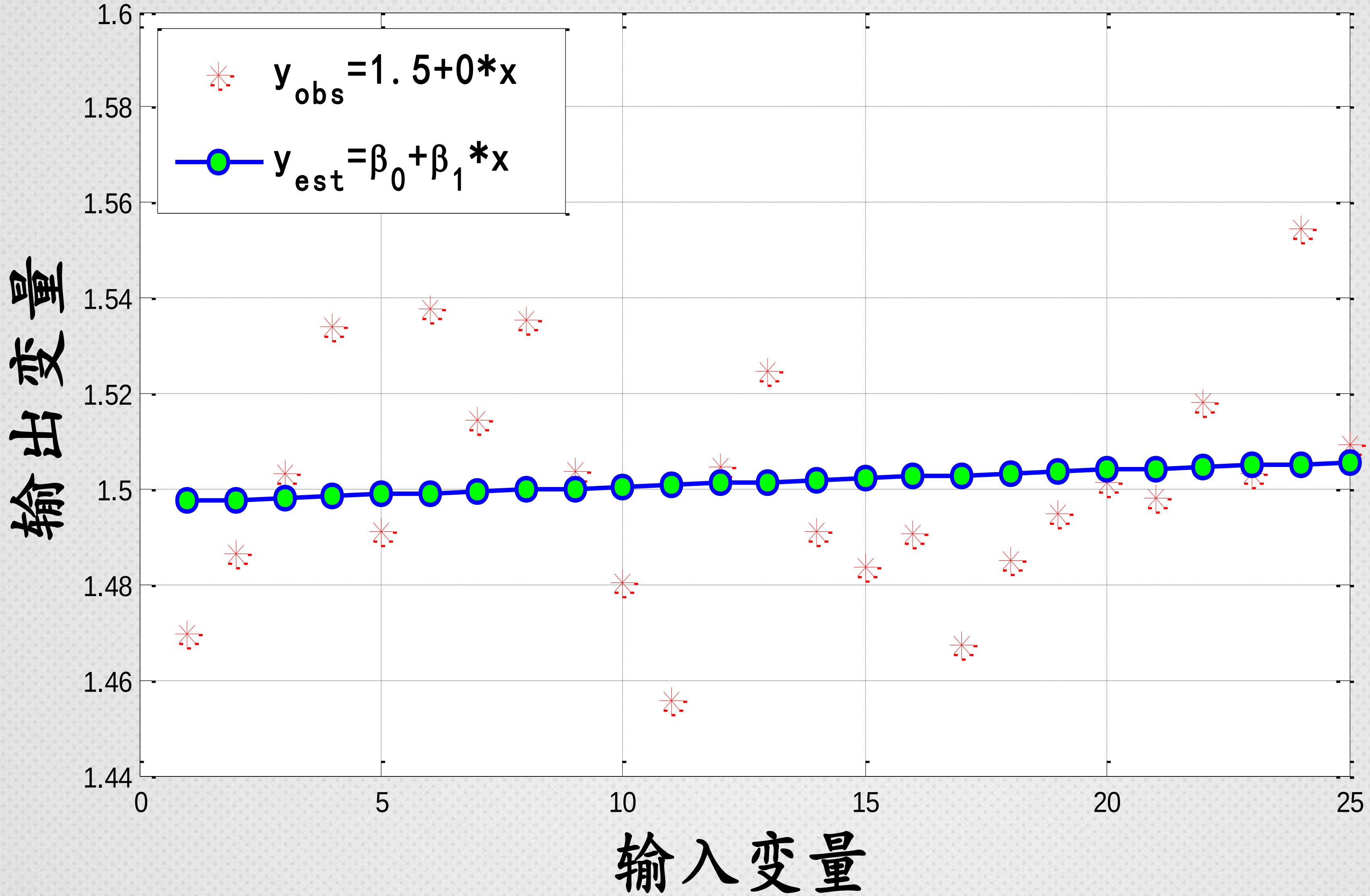
Mathematical Laboratory

回归分析

— 线性关系的检验

重庆大学数学与统计学院

观测数据和谬误归



y_{obs}=1.5+0*x
y_{est}=β_0+β_1*x
1.6
1.58
1.56
1.54
1.52
1.5
1.48
1.46
1.44
0
5
10
15
20
25
输出变量
输入变量

检验问题和拒绝域

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$$

线性关系成立时，具有性质：

（1）$\beta_1 \neq 0$;

H_0: $\beta_1 = 0$;　　H_1: $\beta_1 \neq 0$;

$K = \{|\beta_1| > C\}$；

（2）**残差服从正态分布。**

回归模型成立时，最小二乘估计具有性质：

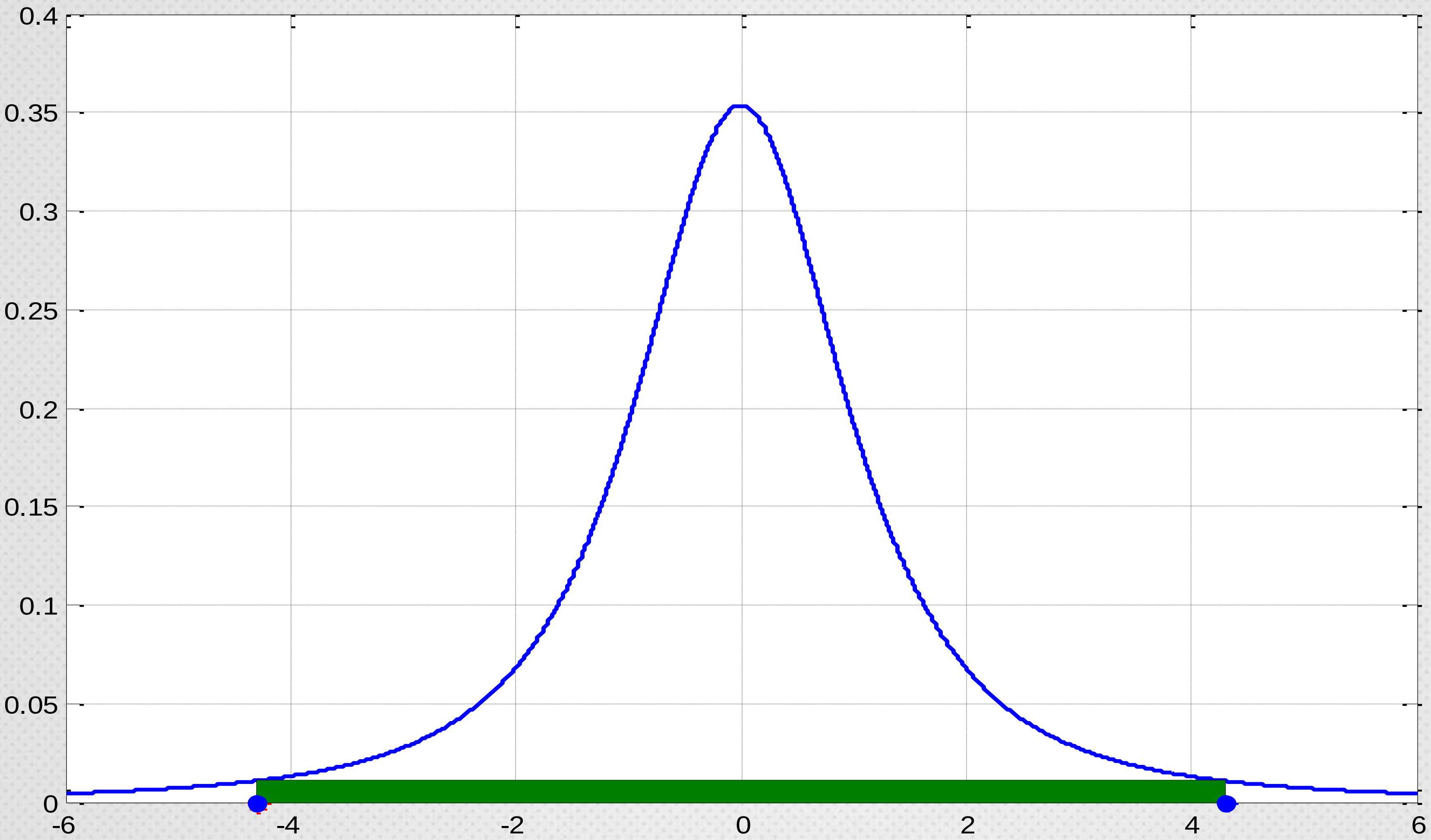
(1) $\hat{\beta}_1 \sim N(\beta_1, \frac{\sigma^2}{l_{xx}})$

(2) $S_E^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2;$

$$\frac{S_E^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-2)$$

$$T = \frac{(\hat{\beta}_1 - \beta_1)\sqrt{l_{xx}}}{\sqrt{S_E^2/(n-2)}} \sim t(n-2)$$

t统计量和t-检验



α=0. 05,　　n=2

F统计量和F-检验

(3) $S_T^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2$; $S_E^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$;

$$S_R^2=\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2$$

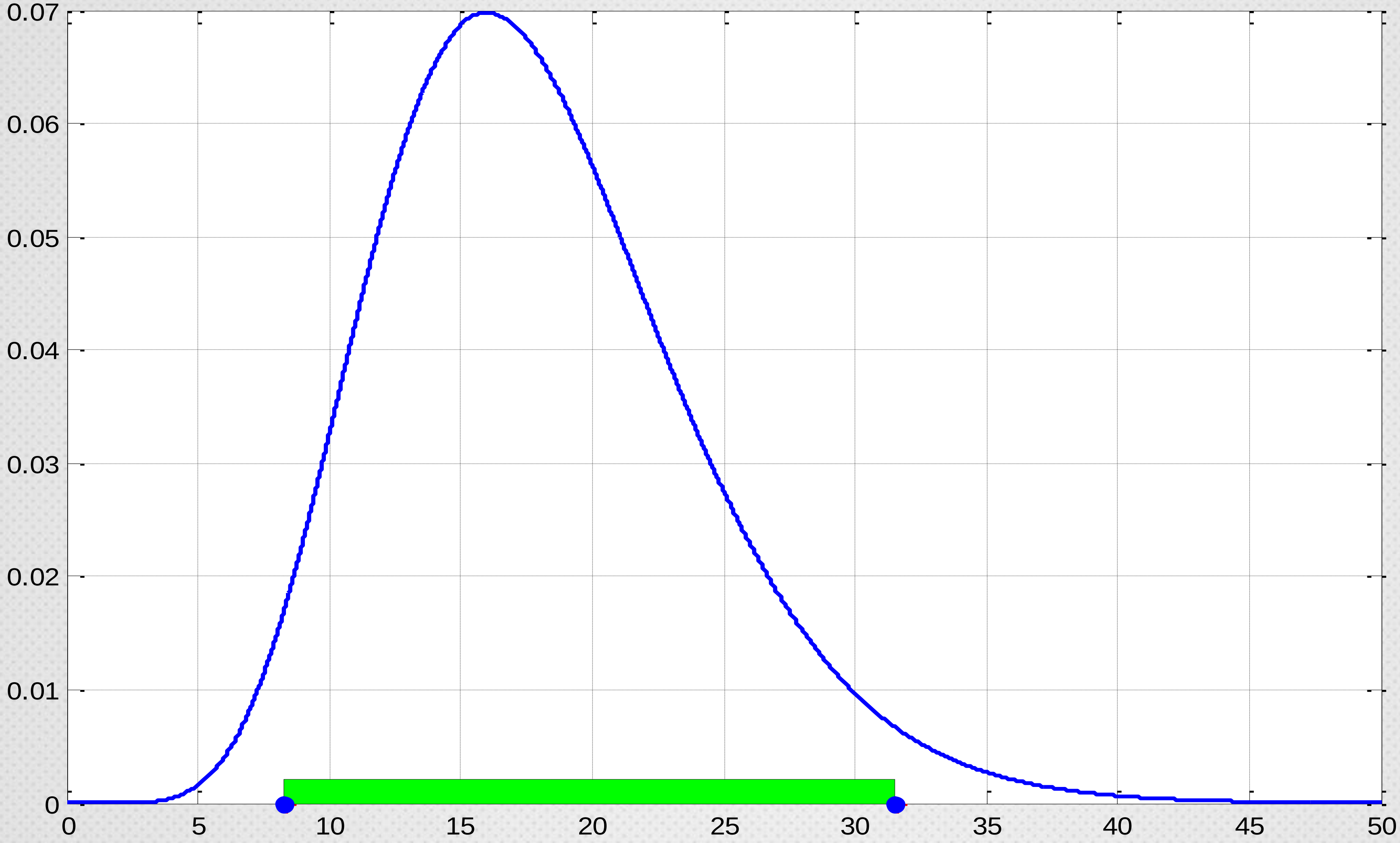
$S_T^2=S_E^2+S_R^2$ 离差平方和分解

（4）S_E^2 和 S_R^2 相互独立，且当 $\beta_1=0$ 时

$$\frac{S_R^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(1)$$

$$F=\frac{S_R^2}{S_E^2/(n-2)}\sim F(1,n-2)$$

F统计量和F-检验



α=0. 05,　　n=18

判定系数和相关系数

$$S_T^2 = S_E^2 + S_R^2 \qquad 1 = \frac{S_E^2}{S_T^2} + \frac{S_R^2}{S_T^2}$$

$$R^2 = \frac{S_R^2}{S_T^2}$$

$$R = \sqrt{\frac{S_R^2}{S_T^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} = \hat{\rho}(X, Y)$$

Thanks