

条件概率与乘法公式

教学设计与制作：刘琼荔



引例



已知手机正常使用了两年，请问再正常使用两年的概率是多少？



已知在某时刻成都地区下雨了，问重庆地区也下雨的概率是多少？



定义

在已知事件 B 发生的条件下，事件 A 发生的概率称为
条件概率，记为 $P(A|B)$ 。

如何计算 $P(A|B)$ 呢？

用例解释条件概率公式：
$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$



例1 从两个仓库运送同类易损坏物品若干件到某销售点，到达目的地后从来自这两个仓库的物品中随机抽查各100件，发现次品数分别为15件和9件，如下所示：

	仓库1	仓库2	
正品	85	91	176
次品	15	9	24
	100	100	200

现在从这200件产品中随机挑选一件，发现它来自仓库1，请问该产品是正品的概率是多少？



例1

		B_1	B_2	
		仓库1	仓库2	
$\frac{A}{\bar{A}}$	正品	85	91	176
	次品	15	9	24
		100	100	200

需要求解的是条件概率 $P(A | B_1) = ?$

条件概率公式



$$P(A | B_1) = \frac{85}{100}$$

$$P(AB_1) = \frac{85}{200}$$

$$P(B_1) = \frac{100}{200}$$

$$\Rightarrow P(A | B_1) = \frac{P(AB_1)}{P(B_1)}$$





$$P(A | B_1) = P(A)$$

		B_1	B_2	
		仓库1	仓库2	
A	正品	85	91	176
\bar{A}	次品	15	9	24
		100	100	200

$$P(A | B_1) = \frac{85}{100} = 0.85$$

$$P(A) = \frac{176}{200} = 0.88$$

\neq



是否可能 $P(A) = P(A | B_1)$?

		B_1	B_2	
		仓库1	仓库2	
A	正品	95	95	190
\bar{A}	次品	5	5	10
		100	100	200

$$P(A | B_1) = 0.95$$

=

$$P(A) = \frac{190}{200} = 0.95$$

称事件A与 B_1 相互独立。



条件概率公式 $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

⇒ $P(AB) = P(B)P(A|B)$ ⇒ 乘法公式

一般情形

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n)$$

$$= P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | A_1 A_2) \cdots P(A_n | A_1 A_2 \cdots A_{n-1})$$

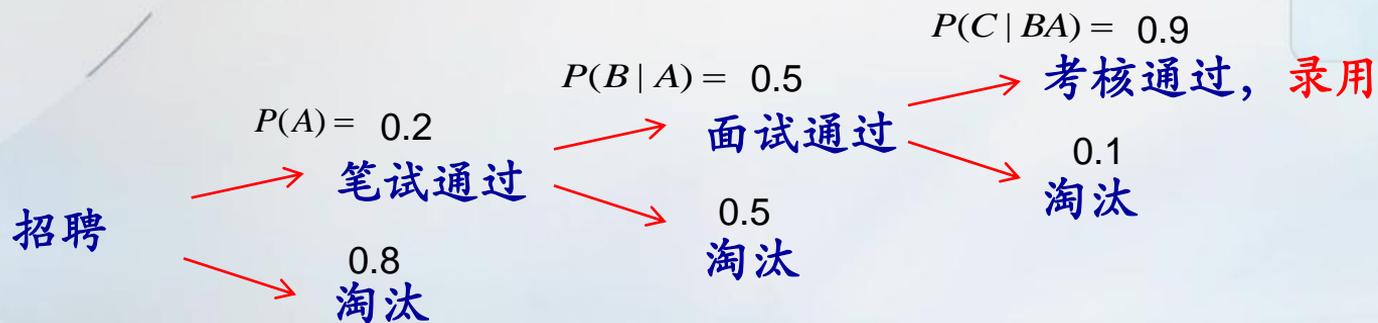


例2

某公司在招聘合格人才的过程中需要经过三道有序程序：^A 笔试、^B 面试和^C 技能培训及考核。假设笔试的通过率为20%，在笔试通过的基础上，面试的通过率为50%，以及在笔试和面试都通过的基础上技能培训及考核的通过率为90%。三道程序都通过的求职者被该公司录用。请问该公司录用合格人才的概率是多少？

$P(ABC)$





$$\therefore P(ABC) = P(A)P(B|A)P(C|AB) = 0.2 \times 0.5 \times 0.9 = 0.09$$



小结

(1) 条件概率

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

(2) 乘法公式

$$P(AB) = P(B)P(A|B)$$

