

# 概率论与数理统计

主讲教师：荣腾中





Chapter 1

# 随机变量的数字特征



# 1.1 期望与方差应用

$$\text{期望: } E(X) = \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i p_i & \text{离散型} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx & \text{连续型} \end{cases}$$

$$\text{方差: } D(X) = E[X - E(X)]^2$$

$$\text{标准差: } Std(X) = \sqrt{D(X)}$$



例 1.1.1. 在春种时节，农庄承包人老张正在犯难，今年种植何种农作物。他有 3 种选择，土豆、西红柿和水稻。根据过去的经验，每种农作物在不同天气状况下的收益（单位：万元）是不同的。

	干旱	适度	多雨
土豆	4	9	3
西红柿	3	8	6
水稻	3	7	7

预测今年的天气状况为干旱、适度、多雨，概率分别为 0.2, 0.5, 0.3。请问老张应作何种选择呢？



记  $X, Y, Z$  分别表示种植土豆、西红柿、水稻的收益, 均为离散型分布

天气	干旱	适度	多雨
$X$	4	9	3
$P$	0.2	0.5	0.3

同理

天气	干旱	适度	多雨
$Y$	3	8	6
$P$	0.2	0.5	0.3

天气	干旱	适度	多雨
$Z$	3	7	7
$P$	0.2	0.5	0.3



由  $X$  的离散型分布

天气	干旱	适度	多雨
$X$	4	9	3
$P$	0.2	0.5	0.3

计算种植土豆的收益期望

$$E(X) = 4 \times 0.2 + 9 \times 0.5 + 3 \times 0.3 = 6.2$$

同理，种植西红柿和水稻的收益期望分别为

$$E(Y) = 3 \times 0.2 + 8 \times 0.5 + 6 \times 0.3 = 6.4$$

$$E(Z) = 3 \times 0.2 + 7 \times 0.5 + 7 \times 0.3 = 6.2$$

由期望的最大值 6.4 万元，选择种植西红柿。



## 两个深入的问题:

1. 今年种植西红柿就一定发生 6.4 万元的收益?
2. 种植土豆和水稻两者就没有差别了呢?

计算种植土豆的收益分布的方差

$$\begin{aligned}D(X) &= E[X - E(X)]^2 \\&= (4 - 6.2)^2 \times 0.2 + (9 - 6.2)^2 \times 0.5 + (3 - 6.2)^2 \times 0.3 \\&= 7.96\end{aligned}$$

同理，种植西红柿和水稻的收益方差分别为

$$D(Y) = 3.64, \quad D(Z) = 2.56$$





请看汇总表

	干旱	适度	多雨	$E(X)$	$D(X)$	综合指标
土豆	4	9	3	6.2	7.96	
西红柿	3	8	6	6.4	3.64	
水稻	3	7	7	6.2	2.56	
$P$	0.2	0.5	0.3			

引入综合指标

$$\text{期望与标准差之比} = \frac{E(X)}{\text{Std}(X)}$$



## 请再看汇总表

	干旱	适度	多雨	$E(X)$	$D(X)$	综合指标
土豆	4	9	3	6.2	7.96	2.20
西红柿	3	8	6	6.4	3.64	3.35
水稻	3	7	7	6.2	2.56	<b>3.87</b>
$P$	0.2	0.5	0.3			

综上，建议老张选择种植水稻为最佳方案。

