

随机变量及分布

教学设计与制作：刘琼蕊



引例

重庆地区的空气质量可以划分为四个等级：正常、轻度污染、中度污染、重度污染。

假设样本空间为 $\Omega = \{\text{正常, 轻度污染, 中度污染, 重度污染}\}$

$$\Omega \xrightarrow{X} \{1, 2, 3, 4\}$$

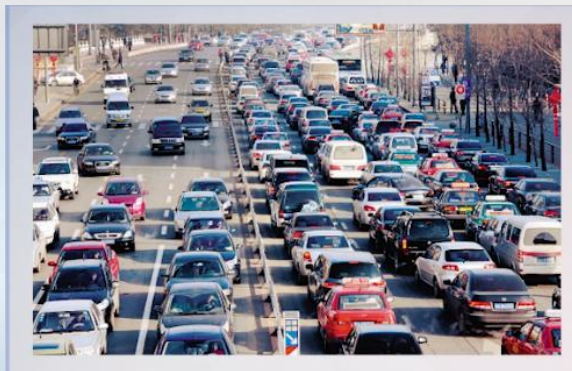
定义 设 Ω 为样本空间， R 为实数集， $X: \Omega \rightarrow R$

称 X 为定义在样本空间上的随机变量。

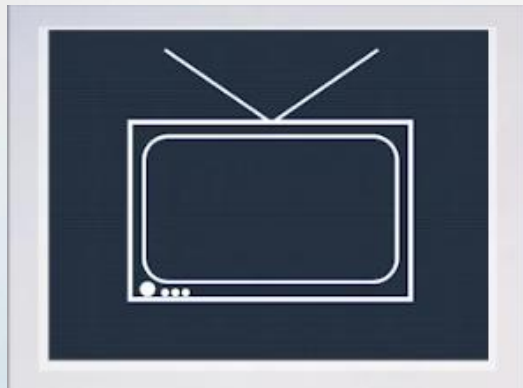


随机变量的分类： $X \Rightarrow$ $\begin{cases} \text{离散型} \\ \text{连续型} \\ \text{非离散、非连续} \end{cases}$

例



早高峰时一个交通路口来来往往的车辆数 X ，它的可能取值： $0, 1, 2, \dots$ 。
 X ——离散型随机变量



电视机的使用寿命 Y ，它的可能取值为 $[0, \infty)$ ；



同学们在大学期间月平均生活消费 Z ，可能取值为 $[C_1, C_2]$ ；

Y, Z ——连续型随机变量



例 假设2015年重庆空气质量情况如下：

	正常	轻度污染	中度污染	重度污染
X	1	2	3	4
概率分布	0.4	0.3	0.2	0.1

随机变量X的概率分布图



“空气污染程度不高于轻度污染”的事件可以表示为 $\{X \leq 2\}$

$$P\{X \leq 2\} = P\{X = 1\} + P\{X = 2\} = 0.4 + 0.3 = 0.7$$

定义 $F(x) = P\{X \leq x\}$, $\forall x \in R$

称 $F(x)$ 为随机变量 X 的分布函数。

注意：一个随机变量 X 对应唯一的分布函数。

分布函数 $F(x)$ 具有什么特征呢？



分布函数的性质

1. 非负性 $F(x) \geq 0, \quad \forall x \in R$

2. 特殊性 $F(-\infty)=0, \quad F(+\infty)=1$

3. 单调性 $\forall x_1 < x_2, \quad F(x_1) \leq F(x_2)$

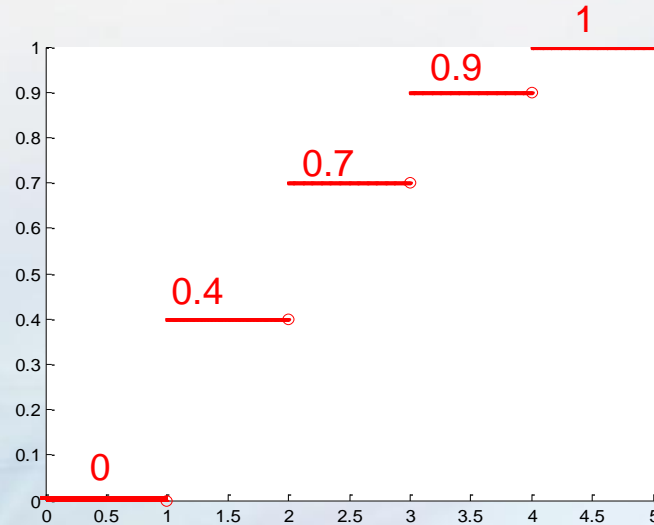
4. 右连续性 $\lim_{x \rightarrow x_0+0} F(x) = F(x_0)$

5. 计算概率 $P\{a < X \leq b\} = F(b) - F(a)$

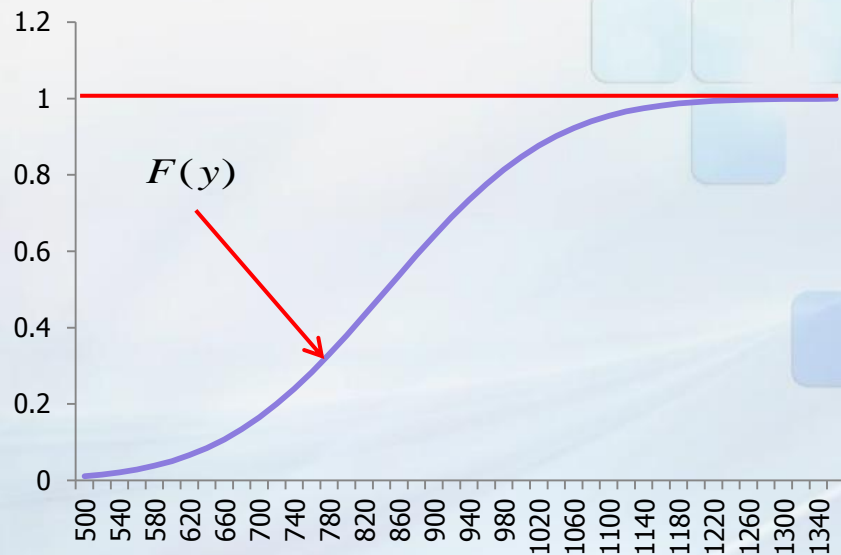


$$F(x) = P\{X \leq x\}$$

$$= \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 0.4, & 1 \leq x < 2 \\ 0.7, & 2 \leq x < 3 \\ 0.9, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$



用连续型随机变量 Y 表示同学们在大学期间的月平均生活消费。假设最低消费500元，最高消费1400元。则 Y 的分布函数如图所示。



小结

(1) 随机变量的定义

(2) 分布函数 $F(x) = P\{X \leq x\}$

(3) 分布函数的性质

